Atividade Computacional 2

1. Implemente os processos de *back-substitution* e *forward-substitution* para resolver sistemas triangulares.

2. Utilize o comando `rand` do `MATLAB`, para gerar uma matriz aleatória B de ordem n. Em seguida, defina A como sendo a parte triangular superior de B através do comando `triu`. Teste a(s) rotina(s) implementada(s) no item anterior.

3. Seja A uma matriz com estrutura de banda

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & & & \\ -1 & 4 & -1 & -1 & & \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & -1 & 4 & \end{bmatrix},$$

   e considere o sistema linear

$$Ax = b,$$

   onde $b = A(:, n)$. Para gerar uma matriz no formato acima, utilize o comando `toeplitz`.

4. Escreva em `MATLAB`, as rotinas `flu` e `fchol` implementando a fatoração LU sem pivoteamento e Cholesky respectivamente.

5. Em seguida, resolva o sistema $Ax = b$ para $n = 10, 100, 200, 400$, usando as fatorações do item anterior. Utilize o par de comandos `tic; toc`, para verificar o tempo gasto em cada fatoração. Compare os tempos para diferentes valores de n e também o erro da solução fornecedia por cada método para a solução verdadeira.

6. Analise as estruturas de esparsidade e banda para as matrizes A e as matrizes triangulares obtidas em cada fatoração. O comando `spy` pode ser útil.

7. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 1 & & & & \\ 0.1 & & 1 & & & \\ 0.1 & & & 1 & & \\ 0.1 & & & & 1 & \\ 0.1 & & & & & 1 \end{bmatrix}.$$

   Utilize o comando `chol` do `MATLAB` (ou sua rotina `fchol`) para obter o fator de Cholesky para A. A estrutura de esparsidade foi preservada? Encontre uma permutação simétrica nas linhas e colunas de A tal que o fator de Cholesky da matriz permutada seja tão esparso quanto a a parte triangular superior de A, ie, encontre P tal que

$$PAP^{-1} = G^T G,$$

   com G "mantendo" a esparsidade de A.