

Atividade Computacional 3

1. Implemente o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt.

$$u_1 \leftarrow \frac{v_1}{\|v_1\|},$$

$$u_i \leftarrow \frac{v_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle u_k, v_i \rangle u_k}{\left\| v_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle u_k, v_i \rangle u_k \right\|}, \quad i = 2, 3, \dots, n.$$

2. Aplique o processo de Gram-Schmidt aos vetores:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

3. Verifique que os vetores obtidos são de fato ortogonais.

4. Aplique a implementação clássica de Gram-Schmidt aos vetores

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix},$$

com $\varepsilon = 10^{-5}$. Teste a ortogonalidade de u_2 e u_3 .

5. Implemente a versão modificada de Gram-Schmidt:

```

1: for i = 1 : n do
2:   v_i = a_i
3: end for
4: for i = 1 : n do
5:   r_ii = ||v_i||
6:   q_i = v_i / r_ii
7:   for j = (i + 1) : n do
8:     r_ij = q_i^T v_j
9:     v_j = v_j - r_ij q_i
10:  end for
11: end for

```

Aplique-a aos mesmos vetores do item anterior. Compare a precisão ao testar a ortogonalidade de u_2 e u_3 com a do item anterior.