Atividade Computacional 5

1. Implemente os métodos: Gauss-Seidel e gradientes conjugados, para resolução de um sistema linear $Ax = b$ com A simétrica, definida positiva.

2. Seja A a matriz bloco-tridiagonal

$$A = \begin{bmatrix} T & -I & & \\ -I & T & -I & \\ & & \ddots & \\ & & -I & T \end{bmatrix},$$

definida por m blocos T, de ordem n, onde

$$T = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & \\ -1 & 4 & -1 & \\ & & \ddots & \\ & & -1 & 4 \end{bmatrix}_{n\times n}.$$

Para $m = 10$ e $n = 10, 100, 1000$, resolva o sistema linear $Ax = b$, onde $b = Ae$, $e = (1, \ldots, 1)^T$, através dos algoritmos implementados no item 1. Para cada problema, em um mesmo gráfico, exiba a norma do resíduo em função do número de iterações.

Observações:

- Utilize $x_0 = (0, \ldots, 0)^T$ e como critério de parada $\|b - Ax_k\|_2 < 10^{-8}$
- Consulte o comando `sparse` do `MATLAB`, para o tratamento de matrizes esparsas.
- Se necessário, exiba o gráfico em escala logaritmica.

3. Gere 3 matrizes simétricas 1000×1000, com as seguintes distribuições de autovalores:

a) Valores uniformementes distribuídos no intervalo [1, 1000].
b) $\sigma(A) = \{100, 200, 300, \ldots, 1000\}$ de mesma multiplicidade.
c) $\sigma(A) = \{1,\ 100000\}$ com mesma multiplicidade.

Usando $b = Ae$ como vetor do lado direito e $x_0 = (0, \ldots, 0)^T$ como ponto inicial, comente sobre o número de iterações necessárias ao método de gradientes conjugados para aproximar a solução com uma precisão de oito casas decimais.

Prazo: até 15/11/2023.