

Atividade Computacional 3

1. Implemente o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt.

$$u_1 \leftarrow \frac{v_1}{\|v_1\|},$$

$$u_i \leftarrow \frac{v_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle u_k, v_i \rangle u_k}{\left\| v_i - \sum_{k=1}^{i-1} \langle u_k, v_i \rangle u_k \right\|}, \quad i = 2, 3, \dots, n.$$

2. Aplique o processo de Gram-Schmidt aos vetores:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

3. Verifique que os vetores obtidos são de fato ortogonais.

4. Aplique a implementação clássica de Gram-Schmidt aos vetores

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix},$$

com $\varepsilon = 10^{-5}$. Teste a ortogonalidade de u_2 e u_3 .

5. Implemente a versão modificada de Gram-Schmidt:

```

1: for  $i = 1 : n$  do
2:    $v_i = a_i$ 
3: end for
4: for  $i = 1 : n$  do
5:    $r_{ii} = \|v_i\|$ 
6:    $q_i = v_i / r_{ii}$ 
7:   for  $j = (i + 1) : n$  do
8:      $r_{ij} = q_i^T v_j$ 
9:      $v_j = v_j - r_{ij} q_i$ 
10:  end for
11: end for

```

Aplique-a aos mesmos vetores do item anterior. Compare a precisão ao testar a ortogonalidade de u_2 e u_3 com a do item anterior.