

Lista 5

1. Considere o problema

$$\begin{array}{ll}\max & -x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.} & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ & x \geq 0\end{array}$$

- a) Resolva o problema graficamente.
b) Obtenha o problema dual associado e resolva-o graficamente. Utilize os teoremas de dualidade para obter os valores das variáveis primais e duais na solução ótima.

2. Encontre o dual do seguinte PL:

$$\begin{array}{ll}\min & 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \geq 5 \\ & 2x_1 + x_3 \leq 4 \\ & x_1 \leq 0, \quad (x_2, x_3) \geq 0, \quad x_4 \text{ livre.}\end{array}$$

3. Considere o seguinte PL:

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10 \\ & x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ & x \geq 0.\end{array}$$

- a) Escreva o dual.

- b) Resolva o problema primal pelo método simplex. A cada iteração, identifique as variáveis duais, e mostre que as restrições duais são violadas.

- c) Verifique que, ao final, ambas as soluções do primal e do dual são obtidas, com a folga complementar respeitada.

4. Considere um PL na forma padrão. Prove que o dual do dual é o primal.

5. Construa um exemplo de problema primal inviável cujo dual também é inviável.

6. Mostre que se um PL na forma padrão tem solução ótima finita, então o problema

$$\begin{array}{ll}\min & c^T x \\ \text{s.a.} & Ax = \tilde{b} \\ & x \geq 0,\end{array}$$

não pode ser ilimitado, independente de $\tilde{b}$.

7. Resolva os problemas abaixo usando o dual-simplex.

$\begin{array}{ll}\max & -4x_1 - 6x_2 - 18x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 + 3x_3 \geq 3 \\ & x_2 + 2x_3 \geq 5 \\ & x \geq 0.\end{array}$	$\begin{array}{ll}\min & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 \\ \text{s.a.} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 2 \\ & -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 \leq -3 \\ & x \geq 0.\end{array}$
a)	b)