

**TJ.79** (FFCLUSP-69) "São dados dois poliedros convexos e fechados  $P_1$  e  $P_2$ , cujos números de faces, vértices e arestas serão representados respectivamente por  $F_1, V_1, A_1$  e  $F_2, V_2, A_2$ . Sabe-se que os números  $4, V_1, V_2, A_1, A_2, 14$  estão em progressão aritmética. Quais serão os valores corretos de  $F_1$  e  $F_2$ ?

- a)  $F_1 = 6, F_2 = 6$     b)  $F_1 = 6, F_2 = 8$     c)  $F_1 = 8, F_2 = 6$   
d)  $F_1 = 6, F_2 = 10$     e)  $F_1 = 8, F_2 = 8$ .

**TJ.80** (MACK-78) Sabe-se que um poliedro convexo tem 8 faces e que o número de vértices é maior que 6 e menor que 14. Então o número  $A$  de arestas é tal que:

- a)  $14 \leq A \leq 20$     b)  $14 < A < 20$     c)  $13 < A < 19$     d)  $13 \leq A \leq 19$   
e)  $17 \leq A \leq 20$     (Teorema de Euler:  $A + 2 = V + F$ )

**TJ.81** (PUC-78) O poliedro regular que possui 20 vértices, 30 arestas e 12 faces denomina-se:

- a) tetraedro    b) icosaedro    c) hexaedro    d) dodecaedro    e) octaedro

**TJ.82** (MACK-74) Seja  $V$  o vértice de uma pirâmide. Cada uma de suas faces tem no vértice  $V$  um ângulo de  $50^\circ$ . O número máximo de faces dessa pirâmide é:

- a) 5    b) 6    c) 7    d) 8    e) 9

**TJ.83** (EESCUSP-69) São dados um tetraedro e um plano no espaço. A interseção dos dois será:

- a) um triângulo  
b) ou um ponto, ou um segmento, ou um triângulo, ou vazio  
c) ou um triângulo ou um quadrângulo  
d) ou um ponto, ou um segmento, ou um triângulo, ou um quadrângulo, ou vazio  
e) ou um ponto, ou um segmento, ou um triângulo, ou um quadrângulo ou vazio.

**TJ.84** (PUC-74) Num tetraedro regular ABCD, sendo M, N, P e Q pontos médios das arestas BC, BD, AD e AC, respectivamente, então o quadrilátero (MNPQ) é:

- a) um losango    b) um quadrado    c) um trapézio    d) um retângulo  
e) um quadrilátero reverso

**TJ.85** (EESCUSP-69) Os pontos médios das arestas de um tetraedro regular são vértices de:

- a) um hexaedro regular    b) um cubo    c) um octaedro  
d) um icosaedro regular    e) nenhuma das afirmações é verdadeira.

**TJ.86** (CESCEM-74) O tetraedro regular ABCD tem centro O. O ângulo diedro de faces OAB e OAC mede:

- a)  $30^\circ$     b)  $60^\circ$     c)  $120^\circ$     d)  $135^\circ$     e)  $150^\circ$

**TJ.87** (CESCEM-71) A soma das faces dos triedros de um tetraedro:

- a) pode ter qualquer valor positivo    b) varia entre  $120^\circ$  e  $1530^\circ$   
c) varia entre  $0^\circ$  e  $1440^\circ$     d) vale sempre  $720^\circ$   
e) nenhuma das anteriores.

**TJ.88** (EE-MAUÁ-68) Dado um ângulo polidrico quadrangular convexo

- a) é sempre possível determinar uma única seção que seja um paralelogramo  
b) é sempre possível obter infinitas seções que sejam paralelogramos  
c) é possível obter uma seção que sejam um paralelogramo somente no caso de as faces opostas serem ângulos iguais dois a dois.  
d) nenhuma das respostas anteriores

## PRISMA – PIRÂMIDE

**TJ.89** (CESCEA-73) A área total de um cubo cuja diagonal mede  $5\sqrt{3}$  cm é:

- a)  $140 \text{ cm}^2$     b)  $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$     c)  $120\sqrt{2} \text{ cm}^2$   
d)  $150 \text{ cm}^2$

**TJ.90** (PUC-70) Um cubo tem área total igual a  $72 \text{ m}^2$ ; sua diagonal vale:

- a)  $2\sqrt{6}$     b) 6    c)  $\sqrt{6}$     d)  $\sqrt{12}$     e)  $2\sqrt{24}$

**TJ.91** (MACK-75) Aumentando-se de 1 m a aresta de um cubo, a sua área lateral aumenta de  $164 \text{ m}^2$ . O volume do cubo original é:

- a)  $6000 \text{ m}^3$     b)  $7000 \text{ m}^3$     c)  $8000 \text{ m}^3$     d)  $12000 \text{ m}^3$     e)  $16400 \text{ m}^3$ .

**TJ.92** (MACK-75) Em um paralelepípedo retângulo a diagonal mede  $2\sqrt{83}$  cm. Se as suas arestas são proporcionais aos números 3, 5 e 7, o seu volume é:

- a)  $332 \text{ cm}^3$     b)  $405 \text{ cm}^3$     c)  $620 \text{ cm}^3$     d)  $740 \text{ cm}^3$     e)  $840 \text{ cm}^3$ .

**TJ.93** (CESCEM-75) Um reservatório tem a forma de um prisma reto retangular e mede  $0,50 \text{ m}$  de largura,  $1,20 \text{ m}$  de comprimento e  $0,70 \text{ m}$  de altura. Estando o reservatório com certa quantidade de água, coloca-se dentro dele uma pedra com forma irregular, que fica totalmente coberta pela água. Observa-se, então, que o nível da água sobe  $1(\text{um}) \text{ cm}$ . Isto significa que o volume da pedra é de

- a)  $0,6 \text{ m}^3$     b)  $6 \text{ m}^3$     c)  $6 \text{ dm}^3$     d)  $60 \text{ dm}^3$     e)  $600 \text{ cm}^3$

**TJ.94** (CESCEA-74) Seja um paralelepípedo retângulo de arestas a, b e c. Determinar o seu volume sabendo-se que a área total é  $4a^2$  e que c é o dobro de b.

- a)  $\frac{2a^3}{3}$     b)  $\frac{a^3}{3}$     c)  $\frac{a^3}{2}$     d)  $a^3$     e) não sei.

**TJ.95 (CESCEM-71)** Um paralelepípedo retângulo tem  $142 \text{ cm}^2$  de superfície total e a soma dos comprimentos de suas arestas vale  $60 \text{ cm}$ . Sabendo que os seus lados estão em progressão aritmética, eles valem (em cm):

- a) 2, 5, 8    b) 1, 5, 9    c) 12, 20, 28    d) 4, 6, 8    e) 3, 5, 7

**TJ.96 (PUC-74)** A área total de um paralelepípedo retângulo mede  $28 \text{ m}^2$  e a diagonal  $\sqrt{21} \text{ m}$ . Sabendo que as dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  estão em progressão geométrica, temos:

- a)  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 3 \text{ m}$     b)  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 5 \text{ m}$   
 c)  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 4 \text{ m}$     d)  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 6 \text{ m}$   
 e)  $a = 1 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $c = 2 \text{ m}$

**TJ.97 (FEI-68)** A soma das dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  de um paralelepípedo retângulo é  $m$  e a diagonal é  $d$ . Tem-se para a área total  $S$ :

- a)  $S^2 = m^2 - d^2$     b)  $S = m^2 - d^2$     c)  $S = m^2 + d^2$   
 d)  $S = m \cdot d$     e) Nenhuma das anteriores.

**TJ.98 (ITA-75)** As dimensões de um paralelepípedo retângulo são proporcionais aos números  $\log_e t$ ,  $\log_e t^2$  e  $\log_e t^3$  e a área total é  $792 \text{ cm}^2$ . Sabendo-se que a soma das dimensões vale 12 vezes a razão de proporcionalidade, quais são os valores destas dimensões?

- a) 6; 12 e 18    b) 5; 10 e 15    c) 2; 3 e 4    d) 2; 4 e 8    e) NDA

**TJ.99 (ITA-72)** As dimensões de um paralelepípedo retângulo estão em progressão geométrica e a sua soma vale  $s$ . Sabendo-se que o seu volume é  $v^3$  e  $s \geq 3v$ , então duas de suas dimensões são:

- a)  $\frac{s + v \pm \sqrt{(s+v)^2 - v^2}}{2}$     b)  $v \pm \sqrt{(s-v)^2 - 4v^2}$   
 c)  $s - v$  e  $s + v$     d)  $\frac{s - v \pm \sqrt{(s-v)^2 - 4v^2}}{2}$   
 e) nenhuma das respostas anteriores

**TJ.100 (PUC-70)** A base de um prisma reto é um triângulo de lados iguais a  $5 \text{ m}$ ,  $5 \text{ m}$  e  $8 \text{ m}$  e a altura tem  $3 \text{ m}$ ; o seu volume será:

- a)  $12 \text{ m}^3$     b)  $24 \text{ m}^3$     c)  $36 \text{ m}^3$     d)  $48 \text{ m}^3$     e)  $60 \text{ m}^3$

**TJ.101 (CESCEA-71)** O volume do prisma hexagonal regular reto, de altura  $\sqrt{3} \text{ cm}$  e cujo apótema da base mede  $\sqrt{3} \text{ cm}$ , é:

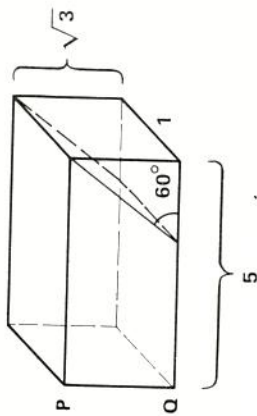
- a)  $18 \text{ cm}^3$     b)  $6\sqrt{3} \text{ cm}^3$     c)  $3 \text{ cm}^3$     d)  $\sqrt{3} \text{ cm}^3$     e) Não sei.

**TJ.102 (PUC-70)** Tem-se um prisma reto de base hexagonal (hexágono regular) cuja altura é  $h = \sqrt{3}$  e cujo raio do círculo que circunscreve a base é  $R = 2$ ; a área total deste prisma é:

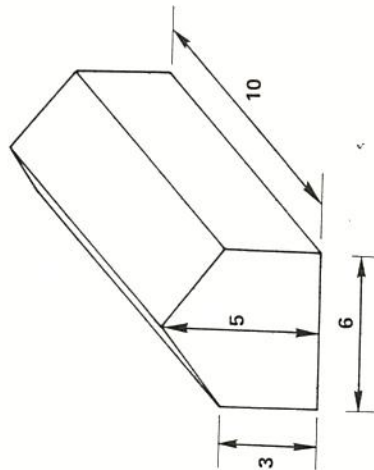
- a)  $\sqrt{3}$     b)  $24\sqrt{3}$     c) 30    d)  $10\sqrt{2}$     e) 8

**TJ.103 (MACK-77)** Um paralelepípedo reto-retângulo tem arestas  $5$ ,  $1$ ,  $\sqrt{3}$ , como mostra a figura. Um plano passando por uma aresta forma com a base um ângulo de  $60^\circ$  e divide o paralelepípedo em dois sólidos. O volume do sólido que contém  $PQ$  é:

- a)  $\frac{14\sqrt{3}}{3}$     b)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$     c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     e) Não sei



**TJ.104 (CESCEM-77)** O volume de ar contido em um galpão com a forma e as dimensões dadas pela figura abaixo.



- a) 300    b) 240    c) 225    d) 210    e) 180

**TJ.105 (CESGRANRIO-COMCITEC-73)** Dado um cubo de aresta  $a$ , o ângulo sob o qual um observador situado no centro do cubo vê a diagonal de uma das faces é:

- a) Um ângulo cuja tangente é  $2\sqrt{2}$     b) Um ângulo cujo seno é  $2\sqrt{2}/3$   
 c) Um ângulo cujo cosseno é  $-1/3$     d) Um ângulo cuja secante é  $-\sqrt{3}$   
 e) Um ângulo cujo seno é  $\sqrt{2}/3$

**TJ.106 (MACK-75)** O número de planos determinados pelos vértices de uma pirâmide regular de base pentagonal é:

- a) 6    b) 11    c) 16    d) 20    e) 25

**TJ.107 (CESCEM-75)** Em uma pirâmide com  $12 \text{ cm}$  de altura, tendo como base um quadrado de lado igual a  $10 \text{ cm}$ , a área lateral é:

- a)  $240 \text{ cm}^2$     b)  $260 \text{ cm}^2$     c)  $340 \text{ cm}^2$     d)  $400 \text{ cm}^2$     e)  $20\sqrt{119} \text{ cm}^2$

**TJ.108** (PUC-70) Uma pirâmide reta de base quadrada tem altura  $h = 4$  m e lado de base  $b = 6$  m; sua área total, em  $m^2$ , é:

- a) 58      b) 130      c) 248      d) 96      e) nenhuma das anteriores

**TJ.109** (PUC-70) Uma pirâmide regular de base quadrada tem altura  $h$  (dada). Sabe-se que sua área lateral excede de  $\frac{3h^2}{2}$  a área da base; então a aresta da base tem medida:

- a)  $\frac{2h}{3}$       b)  $\frac{3h}{2}$       c)  $\frac{5h}{2}$       d)  $\frac{2h}{5}$       e) nenhuma das anteriores

**TJ.110** (CESCEA-73) A altura de uma pirâmide hexagonal regular, de volume unitário e raio da base igual  $\sqrt{3}$  cm, é:

- a)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  cm      b)  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$  cm      c)  $\frac{\sqrt{3}}{9}$  cm      d) não sei.

**TJ.111** (MACK-78) Uma pirâmide cuja base é um quadrado de lado  $2a$  tem o mesmo volume que um prisma cuja base é um quadrado de lado  $a$ . A razão entre as alturas da pirâmide e do prisma, nessa ordem, é:

- a)  $\frac{3}{4}$       b)  $\frac{3}{2}$       c)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{a}{3}$       e)  $3a$

**TJ.112** (ITA-74) O volume de um tetraedro regular de aresta igual a  $\ell$  é:

- a)  $\ell\sqrt{2}$       b)  $\frac{\ell^2\sqrt{3}}{2}$       c)  $\frac{\ell^2\sqrt{2}}{3}$       d)  $\frac{\ell^3\sqrt{3}}{2}$       e) n.d.r.a.

**TJ.113** (ITA-69) Consideremos um tetraedro regular de aresta  $a$ . Podemos calcular o volume  $V$  deste sólido, em função da aresta  $a$ . Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

- a)  $12\sqrt{2} V = 2a^3$ ;      b)  $2\sqrt{2} V = 2a^3\sqrt{3}$ ;      c)  $12 V - \sqrt{2} = a^3\sqrt{2}$ ;      d)  $5V - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^3$ ;      e) as afirmações a, b, c e d são falsas.

**TJ.114** (PUC-73) O volume do octaedro regular em função de sua aresta  $a$ , é:

- a)  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$       b)  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$       c)  $V = a^3\sqrt{2}$       d)  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$   
e)  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

**TJ.115** (CESCEM-71) Três segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  são perpendiculares dois a dois e têm o mesmo ponto médio  $M$ . Então o octaedro  $ABCDEF$ :

- a) tem todas as faces iguais      b) tem todas as faces equiláteras  
c) tem todas as faces retângulas      d) é regular  
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.116** (FEIUC-67) No tetraedro  $OABC$ , o triedro de vértice  $O$  é tri-retângulo. Sendo  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{BC} = 6$  e  $\overline{AC} = 7$ , a medida de  $\overline{OC}$  é:

- a)  $\sqrt{5 \cdot 6 \cdot 7}$       b)  $2\sqrt{5}$       c) 5      d)  $6,5$   
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.117** (FEIUC-68) Num tetraedro  $ABCD$ , a base  $ABC$  é um triângulo retângulo isósceles, com  $\hat{A} = 90^\circ$ , a face  $BCD$  é um triângulo equilátero de lado  $a$ , sendo o seu plano perpendicular ao da base. O volume do tetraedro vale:

- a)  $a^3\sqrt{2}$       b)  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       c)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$   
d)  $3a^3$       e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.118** (FEIUC-67) É dado um tetraedro  $ABCD$ . Os pontos  $M$  e  $N$ , pertencentes às arestas  $BD$  e  $CD$ , são tais que  $\frac{DM}{BM} = \frac{DN}{CN} = \frac{1}{3}$ . A razão entre os volumes dos tetraedros  $AMND$  e  $ABCD$  é:

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{1}{9}$   
d)  $\frac{1}{16}$       e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.119** (COMBITEC-COMBIMED-75) Em um tetraedro, duas arestas opostas são ortogonais e têm a mesma medida  $a$ . Essas arestas são também perpendiculares ao segmento de mediana  $ab$  que une seus pontos médios. O volume do tetraedro é

- a)  $ab^2/6$       b)  $ab^2/2$       c)  $2a^2b/3$       d)  $a^2b/4$       e)  $a^2b/6$ .

**TJ.120** (CICE-70) Num tetraedro que tem um triedro,  $O$ , tri-retângulo, as áreas das faces que se cortam em  $O$  são  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Então a área  $D$  da face oposta a  $O$  é tal que:

- a)  $D^2 = A^2 + B^2 + C^2 + AB + BC + CA$       b)  $D^3 = A^3 + B^3 + C^3$   
c)  $D^2 = A^2 + B^2 + C^2$       d)  $D = A + B + C$   
e) Nada disso acontece.

**TJ.121** (MACK-74)  $ABCD$  é um quadrado de lado  $a$ . Seja  $E$  o ponto médio do lado  $\overline{AB}$  e  $M$  um ponto do espaço tal que  $\overline{EM}$  seja perpendicular ao plano do quadrado. Sabendo que a reta  $\overleftrightarrow{MC}$  faz com o plano do quadrado um ângulo de  $60^\circ$ , a medida de  $\overline{EM}$  é:

- a)  $\frac{\sqrt{15}}{2}a$       b)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}a$       c)  $4\sqrt{3}a$       d)  $4\sqrt{5}a$       e)  $3\sqrt{5}a$

**TJ.122** (CESCEA-74) Um ponto  $P$  do espaço equidista de 10 cm dos vértices de um triângulo equilátero  $ABC$  de 12 cm de lado. Então, a distância de  $P$  ao plano de  $ABC$  é:

- a)  $2\sqrt{13}$  cm      b)  $\sqrt{13}$  cm      c) 6 cm      d)  $4\sqrt{13}$  cm      e) não sei.

**TJ.123** (PUC-74) A distância de um ponto do espaço ao plano de um triângulo equilátero  $ABC$  de lado 6 m e equidistante 4 m de cada vértice, mede:

- a) 1 m      b) 2 m      c) 3 m      d) 4 m      e) 5 m

**TJ.124** (EPUSP-67) Cortando-se um prisma triangular por um plano contendo duas diagonais de faces laterais, obtêm-se duas pirâmides

a) iguais      b) com volumes iguais      c) com volumes na relação de 1 para 2  
d) com volumes na relação de 1 para 3      e) nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.125** (EPUSP-68) Um poliedro tem cinco faces: dois trapézios de base maior comum, dois triângulos equiláteros iguais, e um quadrado. As bases de cada trapézio medem  $k$  e  $2k$ , o lado de cada triângulo e o lado do quadrado mede  $k$ . Então o volume do poliedro vale:

- a) metade do volume de um tetraedro de aresta  $2k$       b)  $2\sqrt{2}k^3$       c)  $k^3\frac{\sqrt{2}}{4}$   
d)  $k^3\frac{\sqrt{2}}{6}$       e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.126** (EPUSP-68) Uma semi-reta de origem no vértice de um triedro tri-retângulo forma com as três arestas do triedro um mesmo ângulo agudo, cujo cosseno vale:

- a)  $\frac{1}{2}$       b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       d)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       e) Nenhuma das respostas anteriores.

#### CILINDRO-CONE

**TJ.127** (CESCEA-74) A área total de um cilindro reto, de base circular, de  $0,5$  m de altura é igual à área de um círculo de  $1$  m de raio. Então, o volume do cilindro é:

- a)  $\frac{\pi}{12} m^3$       b)  $\frac{\pi}{8} m^3$       c)  $\frac{\pi}{5} m^3$       d)  $\frac{\pi}{10} m^3$       e) não sei.

**TJ.128** (CESCEM-77) O líquido contido em uma lata cilíndrica deve ser distribuído em potes também cilíndricos cuja altura é  $\frac{1}{4}$  da altura da lata e cujo diâmetro da base é  $\frac{1}{3}$  do diâmetro da base da lata. O número de potes necessários é:

- a) 6      d) 24  
b) 12      e) 36  
c) 18

**TJ.129** (FFCLUSP-69) As áreas das superfícies laterais de dois cilindros retos de bases circulares são iguais. Qual a relação entre seus volumes? Altura e raio da base são respectivamente  $H, R$  e  $h, r$ .

- a)  $\frac{H}{h}$       b)  $\frac{R}{r}$       c)  $\frac{H^2}{h^2}$       d)  $\frac{RH}{rh}$       e)  $\frac{R^2}{r^2}$

**TJ.130** (MACK-75) A altura de um cilindro é  $20$ . Aumentando-se o raio desse cilindro de  $5$ , a área lateral do novo cilindro fica igual à área total do primeiro. O raio do primeiro cilindro é igual a:

- a) 10      b) 8      c) 12      d) 5      e) 6.

**TJ.131** (EPUSP-66) Aumentando de 6 unidades o raio ou a altura de um cilindro, num e noutro caso o seu volume aumenta de  $y$  unidades cúbicas. Sendo 2 a altura original, o raio original é:

- a) 2      b) 4      c) 6      d)  $6\pi$   
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.132** (ITA-72) Dado um cilindro de revolução de raio  $r$  e altura  $h$ ; sabe-se que a média harmônica entre o raio  $r$  e a altura  $h$  é 4 e que sua área total é  $2\pi$  u.a. O raio  $r$  deve satisfazer a relação:

- a)  $r^3 - r + 2 = 0$       b)  $r^3 - 4r^2 + 5r - 2 = 0$   
c)  $r^3 - r^2 - r + 1 = 0$       d)  $r^3 - 3r - 2 = 0$   
e) nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.133** (ITA-73) Sabe-se que a média harmônica entre o raio e a altura de um cilindro de revolução vale 4. Quanto valerá a relação do volume para a área total deste cilindro?

- a) 1      b) 2      c) 2,5      d) 3      e) n.d.a.

**TJ.134** (CESCEA-73) Sabendo-se que um cilindro de revolução tem área total que é o sextuplo de sua área lateral, e que a área de sua seção meridiana (seção que contém o eixo de revolução do cilindro) é  $40 m^2$ , o seu volume é:

- a)  $100 \pi m^3$       b)  $200 \pi m^3$   
c)  $50 \pi m^3$       d)  $90 \pi m^3$

**TJ.135** (PUC-70) Um cilindro é equivalente (mesmo volume) a uma pirâmide reta de base quadrada, cujo raio do círculo inscrito na base da pirâmide é  $R = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ . Sabendo-se que o cilindro e a pirâmide têm alturas iguais, então o raio da base do cilindro é:

- a)  $\pi$       b)  $\frac{\pi}{2}$       c) 1      d)  $\frac{1}{2}$       e) nenhuma das anteriores

**TJ.136** (ITA-77) Se  $S$  é a área total de um cilindro reto de altura  $h$ , e se  $m$  é a razão direta entre a área lateral e a soma das áreas das bases, então o valor de  $h$  é dado por:

- a)  $h = m\sqrt{\frac{S'}{2\pi(m+1)}}$       b)  $h = m\sqrt{\frac{S}{4\pi(m+2)}}$       c)  $h = m\sqrt{\frac{S}{2\pi(m+2)}}$   
d)  $h = m\sqrt{\frac{S}{4\pi(m+1)}}$       e) Nenhuma das alternativas anteriores.

**TJ.137** (MACK-78) A planificação da superfície lateral de um cone é um semi-círculo de raio  $10\sqrt{3}$ . O volume do cone é:

- a)  $357\pi$       b)  $573\pi$       c)  $375\pi$       d)  $537\pi$       e)  $735\pi$

**TJ.138** (EECUSP-67) Dois cones de mesma base têm alturas iguais a  $18$  cm e  $6$  cm respectivamente. A razão de seus volumes é:

- a) 3      b) 2      c) 6      d) 9      e) 4

**TJ.139 (CESCEA-73)** O volume de um cone circular reto em que a altura é igual ao triplo do raio da base, é:

- a)  $3\pi R^3$  b)  $\frac{1}{3}\pi R^3$  c)  $\pi R^3$  d) não sei.

**TJ.140 (FFCLUSP-67)** A superfície total do cone equilátero de geratriz  $g$  é igual a

- a)  $\frac{3}{4}\pi g^2$  b)  $2\pi g^2$  c)  $\frac{2}{3}\pi g^2$  d)  $\frac{4}{3}\pi g^2$

e) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

**TJ.141 (MACK-69)** Na fórmula  $V = \frac{\pi}{3}r^2h$ , se  $r$  for reduzido à metade e  $h$  ao dobro, então  $V$ :

- a) se reduz à metade b) permanece o mesmo c) se reduz à quarta parte  
d) dobre de valor e) quadruplica de valor

**TJ.142 (FEIUC-66)** Num problema em que se pedia o volume de um cone reto, o aluno trocou entre si as medidas do raio e da altura. Pode-se então afirmar que, o volume do cone

- a) não se alterou b) duplicou c) triplicou  
d) diminuiu e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.143 (EPUSP-67)** Desenvolvendo a superfície lateral de um cone reto de raio 4 e altura 3, obtém-se um setor circular cujo ângulo central mede:

- a)  $216^\circ$  b)  $240^\circ$  c)  $270^\circ$  d)  $288^\circ$

e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.144 (FEIUC-66)** Com um cartão em forma de setor circular com 15 cm de raio e  $216^\circ$  de ângulo central, constrói-se um cone cujo volume é:

- a)  $15 \text{ cm}^3$  d)  $65 \pi \text{ cm}^3$   
b)  $324 \pi \text{ cm}^3$  e) Nenhuma das respostas anteriores.  
c)  $216 \pi \text{ cm}^3$

**TJ.145 (CESCEA-75)** A geratriz de um cone circular reto mede 6 cm e forma com o plano da base um ângulo de  $60^\circ$ . Então, o volume do cone é:

- a)  $54\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$  b)  $27\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$  c)  $18\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$   
d)  $9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$  e)  $15\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

**TJ.146 (CICE-70)** A área total de um cone circular reto é o triplo da área da base se e só se:

- a) o volume é um  
b) o volume do cilindro de mesmo raio e mesma altura é um  
c) a geratriz forma com o plano da base um ângulo de  $60^\circ$   
d) a altura é igual ao diâmetro da base  
e) nada disso acontece.

**TJ.147 (EESCUSP-69)** Um cone  $C$  tem volume  $V$ . Qual o volume de um cone  $C'$  de base igual à de  $C$  e cujo vértice está sobre a circunferência de centro no vértice de  $C$ , situada num plano paralelo ao da base de  $C$  e de raio igual ao dobro do raio da base de  $C$ ?

- a)  $2V$  b)  $4V$  c)  $6V$  d)  $3V$  e)  $V$

**TJ.148 (EEMAUÁ-68)** É dado um cone reto de vértice  $V$ , altura  $h = 1 \text{ m}$  e raio da base  $r = 3 \text{ m}$ . A medida de uma corda  $AB$  da circunferência da base tal que a área do triângulo  $VAB$  seja igual a  $5 \text{ m}^2$  é:

- a)  $2\sqrt{5} \text{ m}$  b)  $\sqrt{5} \text{ m}$  c)  $\sqrt{2} \text{ m}$  d)  $\sqrt{10} \text{ m}$  e) n.d.a.

**TJ.149 (SANTA CASA-78)** Um cone reto circular tem mesmo raio da base e mesma altura que um cilindro reto circular. O raio da base e a altura são iguais a  $1 \text{ m}$ . Em relação às áreas laterais do cone e do cilindro é correto afirmar:

- a) são iguais  
b) área lateral do cone =  $\frac{1}{3}$  da área lateral do cilindro  
c) área lateral do cone + área lateral do cilindro =  $\sqrt{2}$  (área lateral do cilindro)  
d) área lateral do cilindro =  $\sqrt{2} \times$  (área lateral do cone)  
e) área lateral do cone =  $\frac{1}{2}$  da área lateral do cilindro.

**TJ.150 (MACK-77)** Dados um cilindro e um cone de mesma base e mesma altura, sejam  $S_1$  e  $S_2$ , respectivamente, as áreas laterais do cilindro e do cone. Então tem-se sempre:

- a)  $S_1 < 2S_2$  b)  $S_2 < 2S_1$  c)  $S_1 = S_2$  d)  $S_1 + S_2 = \pi$  e) Não sei.

## SÓLIDOS ESFÉRICOS

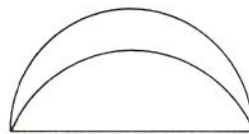
**TJ.151 (CESCEM-77)** A área da interseção de um plano com uma bola de raio 13 é  $144\pi$ . A distância do plano ao centro da bola é:

- a) 1 b) 5 c) 8 d) 12 e) 25

**TJ.152 (CESCEM-72)** Supondo a terra esférica com circunferência meridiana de 40.000 km, a área de um fuso horário é de:

- a)  $\frac{32}{3\pi^2} 10^{12} \text{ km}^2$  b)  $\frac{4}{9\pi^2} 10^{12} \text{ km}^2$  c)  $\frac{2}{3\pi} 10^8 \text{ km}^2$  d)  $\frac{4}{3} \pi 10^8 \text{ km}^2$  e)  $\frac{4}{3} \pi^2 10^{12} \text{ km}^2$

**TJ.153 (CESGRANRIO-77)** Uma laranja pode ser considerada uma esfera de raio  $R$ , composta por 12 gomos exatamente iguais. A superfície total de cada gomo mede:



- a)  $2\pi R^2$  b)  $4\pi R^2$   
c)  $\frac{3\pi}{4} R^2$  d)  $3\pi R^2$   
e)  $\frac{4}{3} \pi R^2$

**TJ.154 (CESCEM-74)** Uma cunha esférica de raio  $1 \text{ m}$  tem volume de  $1 \text{ m}^3$ . Seu ângulo diedro mede

- a)  $1,5 \text{ rd}$  b)  $\frac{\pi}{2} \text{ rd}$  c)  $\sqrt{2} \text{ rd}$  d)  $\frac{3\pi}{4} \text{ rd}$  e)  $\pi \text{ rd}$

**TJ.155** (CESCEM-71) Três esferas de raios 1, 1 e 4 são tangentes exteriormente duas a duas e tangentes ao plano  $\alpha$  nos pontos A, B e C respectivamente. Os lados do triângulo ABC medem:

- a) 5, 5 e 2  
b) 4, 2 e 2  
c) 4, 4 e 2  
d) com os dados não é possível calculá-los  
e) nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.156** O volume  $V_n(r)$  de uma bola de raio  $r$  num espaço  $n$ -dimensional é dado por:

$$V_n(r) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(n/2 + 1)} \cdot r^n$$

onde  $\Gamma(x)$  é chamada função gama e definido, recursivamente, por:

$$\Gamma(1) = \Gamma(0) = 1; \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$$

Assim, em particular, podem ser obtidos a área de um círculo (fazendo  $n=2$ ) e o volume de uma esfera (fazendo  $n=3$ ).

Nestas condições, o volume de uma bola de raio  $r$  num espaço de 4 dimensões vale:

- a)  $\frac{\pi^2 \cdot r^4}{6}$   
b)  $\pi^2 \cdot r^4$   
c)  $\pi \cdot r^4$   
d)  $\frac{\pi^2 \cdot r^4}{2}$   
e)  $\sqrt{\pi} \cdot r^4$

## SÓLIDOS SEMELHANTES - TRONCOS

**TJ.157** (FEI-71) Se uma esfera tem raio  $r$ , a esfera de volume duplo tem o raio:

- a)  $2r$   
b)  $r^3$   
c)  $r\sqrt[3]{2}$   
d)  $\pi r$   
e)  $\frac{3}{2}r$

**TJ.158** (CICE-68) Se a razão entre os volumes de dois cubos dados é  $\frac{1}{5}$ , qual a razão entre as suas arestas?

- a)  $\sqrt{5}$   
b)  $\frac{1}{5}$   
c)  $\sqrt[3]{5}$   
d)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
e)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

**TJ.159** (EESCUSP-66) Tem-se dois vasilhames, *geometricamente semelhantes*. O primeiro é uma garrafa de vinho, cuja altura é 27 cm. O segundo é uma miniatura do primeiro, usado como propaganda do produto, e cuja altura é 9 cm. Quantas vezes seria preciso esvaziar o conteúdo da miniatura na garrafa comum, para enchê-la completamente?

- a) 3 vezes  
b) 9 vezes  
c) 18 vezes  
d) 27 vezes  
e) 36 vezes

**TJ.160** (MACK-75) A base de uma pirâmide mede 180 m<sup>2</sup>. A seção plana paralela à base, distante 3 m do vértice, mede 45 m<sup>2</sup> de área. A altura da pirâmide mede:

- a) 4 m  
b) 5 m  
c) 6 m  
d) 8 m  
e) 12 m.

**TJ.161** (CESCEA-73) A base de uma pirâmide tem 144 m<sup>2</sup> de área. A 4 m do vértice traça-se um plano paralelo à base; a seção assim feita tem 64 m<sup>2</sup> de área. Então, a altura da pirâmide é:

- a) 5 m  
b) 9 m  
c) 8 m  
d) 6 m

**TJ.162** (PUC-78) Uma pirâmide tem 10 dm<sup>2</sup> de base e 2 m de altura. A distância da base que se deve traçar um plano paralelo para que a seção seja  $\frac{1}{5}$  da base é, aproximadamente:

- a) 1,041 m  
b) 1,106 m  
c) 1,021 m  
d) 1,341 m  
e) 1,204 m

**TJ.163** (FEI-72) Na figura temos:

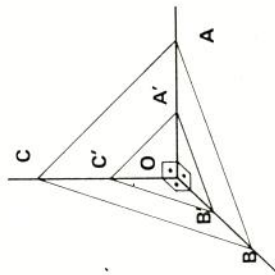
$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = 1 \text{ cm}$$

O volume da parte da figura entre os

planos A'B'C' e ABC é:

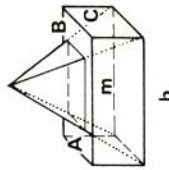
- a) metade do volume de OABC  
b)  $\frac{2}{3}$   
c)  $\frac{1}{8}$   
d)  $\frac{7}{8}$   
e)  $\frac{7}{6}$



**TJ.164** (MACK-77) Na figura ao lado,  $b$  é a medida da aresta de um cubo e aresta da base de uma pirâmide de altura  $h$ ;  $m$  é a medida do lado do quadrado ABCD.

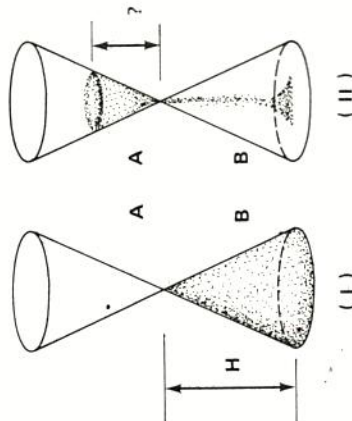
Então existe  $b$ :

- a) se  $h = 2 \text{ m}$   
b) se  $h = 3 \text{ m}$   
c) se  $h = 4 \text{ m}$   
d) quaisquer que sejam  $h$  e  $m$ .  
e) Não sei.



**TJ.165** (CESGRANRIO-77) Uma ampulheta repousa numa mesa como mostra a figura (I) (o cone B completamente cheio de areia). A posição da ampulheta é invertida. A figura (II) mostra o instante em que cada cone contém metade da areia. Nesse instante, a areia no cone B forma um cone de altura.

- a)  $\frac{H}{\sqrt{3}}$   
b)  $\frac{H}{2}$   
c)  $\frac{H}{\sqrt[3]{2}}$   
d)  $\frac{H}{\sqrt[3]{3}}$   
e)  $\frac{H}{4}$



- TJ.166** (ITA-77) O ângulo da geratriz com o eixo de um cone de revolução mede  $30^\circ$ . Se  $S$  é a área de sua seção reta a uma distância  $h$  do vértice, qual a relação entre  $S$  e  $h$ ?
- a)  $S = \frac{\pi h^2}{2}$       b)  $S = \frac{3\pi}{2} h^2$       c)  $S = \frac{\pi h^2}{3}$       d)  $S = \frac{2\pi}{3} h^2$   
e) Nenhuma das anteriores.

- TJ.167** (UELINS-67) Um cone tem  $h$  cm de altura e sua base,  $54 \text{ cm}^2$  de área. A distância  $\frac{h}{3}$  cm do vértice do cone traça-se um plano paralelo à sua base. A área da seção que o plano determina o cone é:

- a)  $9 \text{ cm}^2$       b)  $6 \text{ cm}^2$       c)  $18 \text{ cm}^2$       d)  $3\pi \text{ cm}^2$   
e) Nenhuma das respostas anteriores.

- TJ.168** (EESCUSP-66) Dividindo-se uma pirâmide de altura  $a$  com plano paralelo ao da base, à distância  $x$  do vértice, obtêm-se duas partes de áreas laterais iguais. O valor de  $x$  é:

- a)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$       b)  $\frac{a}{2}$       c)  $\frac{3a}{2}$       d)  $\frac{(2+\sqrt{2})a}{2}$       e) Nenhum desses valores

- TJ.169** (ITA-67) Cortando-se uma pirâmide regular de altura  $h$ , com plano paralelo à base, resulta uma segunda pirâmide. Se a razão entre as áreas das superfícies laterais das pirâmides for  $r$ , a que distância do vértice deve passar o plano?

- a)  $h^2 r$       b)  $h\sqrt{r}$       c)  $r\sqrt{h}$       d)  $\frac{\sqrt{r}}{h}$       e) Nenhuma das respostas anteriores.

- TJ.170** (CESCEM-70) Consideremos um cone reto de altura  $H$ . Queremos cortá-lo por um plano paralelo à base à distância  $h$  do vértice e tal que o cone obtido e o tronco de cone tenham mesmo volume. Então  $\frac{h}{H}$  vale:

- a)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$       b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       d)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$       e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

- TJ.171** (FFCLUSP-66) Se seccionarmos uma pirâmide de base  $S$  e altura  $h$ , por um plano paralelo à base, distante  $x$  do plano da base, então, se  $S'$  é a área da seção plana obtida, vale a seguinte relação:

- a)  $\frac{S'}{S} = \frac{x^2}{h^2}$       b)  $\frac{S'}{S} = \frac{(h-x)^2}{h^2}$       c)  $\frac{S'}{x} = \frac{S}{h}$   
d)  $SS' = h(h-x)$       e) Nenhuma das afirmações anteriores

- TJ.172** (CICE-68) A que distância do vértice se deve fazer passar um plano paralelo à base de uma pirâmide de altura  $H$  para que ela fique dividida em dois sólidos de igual volume? Assinale a resposta certa.

- a)  $\frac{H}{\sqrt[3]{2}}$       b)  $\frac{H}{2}$       c)  $\frac{\sqrt{3}}{4} H$       d)  $\frac{H}{2+H}$       e)  $\frac{H^2+1}{\sqrt{2}}$

- TJ.173** (FFCLUSP-69) A relação entre as áreas das bases  $b$  e  $B$  de um tronco de pirâmide de bases paralelas é  $\frac{1}{4}$ . Qual a relação entre seu volume e altura?

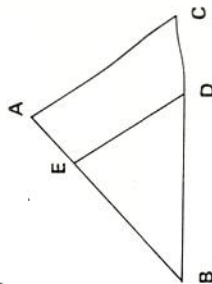
- a)  $\frac{5}{2}$  de  $b$       b)  $\frac{5}{3}$  de  $b$       c)  $\frac{7}{2}$  de  $b$       d)  $\frac{7}{3}$  de  $b$       e)  $7b$ .

- TJ.174** (CICE-70) Considere uma pirâmide de volume  $V$  e altura  $h$ . O plano paralelo à base que destaca nessa pirâmide um tronco de volume  $cV$  tal que  $0 < c < 1$ ,

- a) dista  $\frac{1}{2}ch$  do vértice      b) dista  $(1-c)h$  da base      c) dista  $(1-\sqrt{1-c})h$  da base  
d) dista  $(1-\sqrt[3]{1-c})h$  da base      e) não tem nenhuma dessas propriedades.

- TJ.175** (CESCEM-68) O triângulo  $ABC$  representa a seção de um cone reto  $K$  por um plano que contém o seu vértice e é perpendicular ao plano de sua base. O triângulo  $BED$  onde  $E$  é o ponto médio de  $AB$  e  $D$  o ponto médio de  $BC$ , representa a seção de um cone  $K'$ , contido no cone  $K$ , pelo mesmo plano. A relação de volumes entre  $K$  e  $K'$  é:

- a) 2      b) 3      c) 4      d) 8      e) 16.



- TJ.176** (FEIUC-66) Os vértices de um tetraedro regular coincidem com os centros das faces de um outro tetraedro regular. A razão dos volumes desses dois sólidos é:

- a) 2      b) 4      c) 8      d) 27      e) Nenhuma das respostas anteriores.

- TJ.177** (CESCEM-74) Os vértices de um tetraedro regular de volume  $1 \text{ m}^3$  são centros das faces de outro tetraedro regular. O volume deste outro tetraedro vale

- a)  $1 \text{ m}^3$       b)  $3 \text{ m}^3$       c)  $9 \text{ m}^3$       d)  $27 \text{ m}^3$       e)  $81 \text{ m}^3$

- TJ.178** (FFCLUSP-66) Sejam  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$ , pirâmides de bases quadradas com a seguinte propriedade: o lado da base e a altura de  $T_i$  são iguais ao dobro das medidas correspondentes de  $T_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . A soma dos volumes das cinco pirâmides é:

- a)  $\frac{(2^{15}-1)}{7}$  vezes o volume de  $T_5$       b)  $\frac{(2^{15}-1)}{7}$  vezes o volume de  $T_1$   
c)  $\frac{(2^{15}-1)}{15}$  vezes o volume de  $T_5$       d)  $\frac{(2^{15}+1)}{7}$  vezes o volume de  $T_5$   
e) Nenhuma das afirmações anteriores é correta.

- TJ.179** (ITA-72) Construindo-se um prisma e uma pirâmide sobre uma mesma base de área  $A$  e de volumes  $V_1$  e  $V_2$ , a área da seção da pirâmide com a outra base do prisma é:

- a)  $A \frac{V_1}{V_1+V_2}$       b)  $\frac{V_2-V_1}{AV_2}$       c)  $A(1-\frac{V_1}{3V_2})$       d)  $A \frac{3V_2-V_1}{2}$   
e) nenhuma das respostas anteriores

**TJ.180** (FEI-71) Um cone de altura  $h$  e raio da base  $r$  tem volume  $V$ ; outro tem  $h_1$ ,  $r_1$  e  $V_1$ .  
Teremos  $V_1 = 8V$  num dos casos:

- a)  $h_1 = h, r_1 = 2r$     b)  $h_1 = h/2, r_1 = 4r$     c)  $h_1 = 4h, r_1 = r/2$   
d)  $h_1 = 4h, r_1 = r$     e)  $h_1 = h/2, r_1 = r\sqrt{2}$

**TJ.181** (USP-67) Seja  $C$  um cone circular de altura  $h$ . Um plano paralelo à base dividirá o cone em duas partes de volumes iguais se sua distância do plano da base for

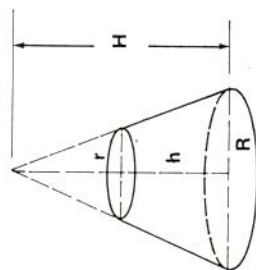
- a)  $\frac{h}{\sqrt{3}}$     b)  $\frac{1}{2}h$     c)  $\frac{h}{\sqrt[3]{2}}$     d)  $\frac{\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}}h$

e) Nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

**TJ.182** (IESCUP-68) Qual das expressões abaixo dá o volume do tronco de cone circular de bases paralelas em função de  $H$ ,  $R$ ,  $h$ ,  $r$  (figura abaixo).

- a)  $\frac{1}{3}\pi [HR^2 + (H-h)r^2]$   
b)  $\frac{1}{3}\pi [HR^2 - (H+h)r^2]$   
c)  $\frac{1}{3}\pi [HR^2 - (H-h)r^2]$   
d)  $\frac{1}{3}\pi [HR^2 + (H+h)r^2]$

e) Nenhuma das precedentes respostas é exata.



**TJ.183** (ITA-71) Dado um cone reto de geratriz  $g$  e altura  $h$ , calcular a que distância do vértice deveremos passar um plano paralelo à base, a fim de que a seção obtida seja equivalente a área lateral do tronco formado.

- a)  $\sqrt{g(g-h)}$     b)  $\sqrt{g(g-\sqrt{g^2-h^2})}$     c)  $\sqrt{g^2-\sqrt{g^2-h^2}}$   
d)  $\sqrt{h^2-g\sqrt{g^2-h^2}}$     e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.184** (ITA-74) Um cone equilátero está inscrito em uma esfera de raio 4 cm. Cortam-se os sólidos (esfera e cone) por um plano paralelo à base, de modo que a diferença entre as áreas das seções seja igual a área da base do cone. O raio da seção do cone é:

- a)  $2\sqrt{3}$  cm    b)  $\sqrt{3}$  cm    c)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  cm    d)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  cm    e) n.d.r.a.

**TJ.185** (CICE-70) Um reservatório cilíndrico  $C$  contém um líquido até o nível  $H$ . Este líquido cabe todo num reservatório tronco cônico  $T$ , de altura igual a  $\frac{3}{7}H$  e menor raio igual ao raio de  $C$ , se e só se a razão do raio maior para o raio menor de  $T$ .

- a)  $\epsilon \geq 2$     b)  $\epsilon \geq \frac{3}{7}$     c)  $\epsilon > \frac{7}{3}$     d)  $\epsilon \geq \frac{9}{49}$     e) é outra

**TJ.186** (ITA-73) Seja  $S$  uma semi-esfera de raio  $R$  dado. Sejam  $p$  e  $q$  dois planos paralelos e distantes entre si  $R/2$  e tais que interceptam  $S$  paralelamente à sua base. Seja  $T$  o tronco do cone com bases  $b$  e  $c$ , onde  $b$  e  $c$  são as interseções de  $p$  e  $q$  com  $S$ . Seja  $x$  o valor da menor das distâncias  $d$  e  $D$ , onde  $d$  é a distância entre  $p$  e a base de  $S$ , e  $D$  é a distância entre  $q$  e a base de  $S$ .

$$\text{Seja } K = [(R^2 - x^2)(R^2 - (x + \frac{R}{2})^2)]^{1/2}.$$

Então o volume de  $T$ , como função de  $x$ ,  $0 \leq x \leq R/2$ , vale:

- a)  $\frac{\pi R}{6} (\frac{7}{4}R^2 - 2x^2 - Rx + K)$     b)  $\frac{\pi R}{12} (\frac{7}{4}R^2 - 2x^2 - Rx + K)$   
c)  $\frac{\pi R}{12} (\frac{7}{4}R^2 - 2x^2 - Rx - K)$     d)  $\frac{\pi R}{6} (\frac{7}{4}R^2 - 2x^2 - Rx - K)$   
e) n.d.a.

**TJ.187** (PUC-78) Um tronco de pirâmide de bases quadradas mede 21 dm<sup>3</sup> de volume; a altura do tronco mede 30 cm e o lado do quadrado de base maior 40 cm. Então, o lado do quadrado de base menor, mede:

- a) 8 cm    b) 6 cm    c) 10 cm    d) 12 cm    e) 14 cm

**TJ.188** (ITA-71) Cortando-se um determinado prisma triangular, reto por um plano  $\alpha$  que forma um ângulo de 45° com o plano da base  $ABC$  observamos que a reta  $r$ , interseção de  $\alpha$  com o plano da base, dista 7 cm de  $A$ , 5 cm de  $B$  e 2 cm de  $C$ . Se a área da base for 21 cm<sup>2</sup>, o volume do tronco de prisma compreendido entre a base  $ABC$  e o plano  $\alpha$  será:

- a) 105 cm<sup>3</sup>    b) 294 cm<sup>3</sup>    c) 98 cm<sup>3</sup>    d)  $98\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup>    e)  $\frac{98}{\sqrt{2}}$  cm<sup>3</sup>.

## INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO DE SÓLIDOS

**TJ.189** (PUC-70) Dada a medida  $\ell$  das arestas de um cubo, a área lateral de uma pirâmide que tem para base uma face do cubo e para vértice o centro da face oposta é:

- a)  $\sqrt{3}\ell^2$     b)  $\sqrt{5}\ell^2$     c)  $\frac{4\ell^2}{3}$     d)  $3\ell^2$   
e) nenhuma das anteriores

**TJ.190** (FEIUC-67) Numa esfera de raio  $R$  está inscrito um cubo. Sua aresta mede:

- a)  $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$     b)  $R\sqrt{2}$     c)  $\frac{2}{3}R$     d)  $R\sqrt{6}$   
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.191** (MACK-69) Um cubo está inscrito numa esfera de raio  $R$ . Sua área total é:

- a)  $12R^2$     b)  $4R^2$     c)  $6R^2$     d)  $8R^2$   
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.192** (CESCEA-75) Se  $V_1$  é o volume de uma esfera inscrita num cubo de aresta 10 cm e  $V_2$  é o volume de um cilindro reto de altura 4 cm e raio da base 2 cm, então,  $V_1 + V_2$  vale:

- a)  $\frac{548\pi}{3} \text{ cm}^3$  b)  $\frac{148\pi}{3} \text{ cm}^3$  c)  $\frac{516\pi}{3} \text{ cm}^3$  d)  $141\pi \text{ cm}^3$  e)  $182\pi \text{ cm}^3$

**TJ.193** (MACK-69) A razão entre a área de uma superfície esférica e a do cubo circunscrito é:

- a)  $\frac{\pi}{6}$  b)  $\frac{\pi}{3}$  c)  $\frac{\pi}{4}$  d)  $\frac{\pi}{8}$

e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.194** O volume do cubo circunscrito a uma esfera, em função do volume  $V$  da esfera, é:

- a)  $\frac{3V}{4\pi}$  b)  $\frac{4V}{3\pi}$  c)  $\frac{6V}{\pi}$  d)  $\frac{\pi}{3V}$  e)  $\pi V$

**TJ.195** (PUC-70) Tem-se um cubo de aresta  $a = 6$  cm e no seu interior uma esfera inscrita, isto é, tangente às faces do cubo. O volume da região interior ao cubo e exterior à esfera é, em  $\text{cm}^3$ :

- a) 27 $\pi$  b)  $6(10\pi - 12)$  c) 216 $\pi$  d)  $36(6 - \pi)$   
e) nenhuma das anteriores

**TJ.196** (MACK-73) Um cubo de aresta  $a$  tem em cada vértice o centro de uma esfera de raio  $\frac{a}{2}$ . O volume da parte comum do cubo com as esferas é

- a)  $\pi a^3$  b)  $\frac{\pi a^3}{4}$  c)  $\frac{\pi a^3}{6}$  d)  $\frac{\pi a^3}{8}$  e)  $\frac{\pi a^3}{16}$

**TJ.197** (EESCUSP-68) Os centros das seis faces de um cubo são vértices de um octaedro regular. A razão entre o volume do primeiro sólido e do segundo é:

- a)  $3\sqrt{2}$  b) 4 c)  $2\sqrt{5}$  d) 6 e)  $5\sqrt{2}$

**TJ.198** (MACK-75) Os centros de simetria das faces de um cubo de aresta  $a$  são os vértices de um poliedro cujo volume é dado por:

- a)  $a^3\sqrt{7}$  b)  $a^3\sqrt{5}$  c)  $\frac{a^3}{12}$  d)  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

e) nenhuma das anteriores.

**TJ.199** (CESCEM-69) Um tetraedro regular tem aresta  $\ell$ . O número de planos que o interceptam em um trapézio isósceles de bases  $\frac{\ell}{3}$  e  $\frac{\ell}{2}$  é:

- a) 0 b) 3 c) 6 d) 8 e) 12

**TJ.200** (CESCEM-72) Num tetraedro regular a distância de um vértice à face oposta é igual a quatro vezes o raio da esfera inscrita porque:

- a) a esfera inscrita não encontra as arestas  
b) o centro da esfera inscrita é equidistante das 4 faces  
c) todo tetraedro é uma pirâmide  
d) o centro da esfera inscrita e uma das faces do tetraedro regular determinam uma pirâmide cujo volume é a quarta parte do volume do tetraedro regular  
e) o centro da esfera circunscrita é equidistante dos vértices

**TJ.201** (PUC-72) Num cubo de aresta  $a$ , increve-se uma esfera, depois um cubo nesta esfera, neste último cubo, e assim indefinidamente. O limite da soma dos volumes de todos os cubos será:

- a)  $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+1}a^3$  b)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}a^3$  c)  $\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-1}a^3$  d)  $\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+2}a^3$   
e) nenhuma das anteriores

**TJ.202** (CESCEM-73) Em uma caixa cúbica de aresta 1 são colocadas  $N^3$  esferas maciças, cada uma delas com diâmetro  $\frac{1}{N}$ ,  $N$  inteiro, estritamente positivo. A diferença entre o volume do cubo e o volume ocupado pelas esferas é

- a) igual a  $1 - \frac{\pi}{3}$  b) igual a  $1 - \frac{\pi}{6}$  c) igual a  $1 - \frac{4\pi}{3}$   
d) estritamente crescente com  $N$  e) estritamente decrescente com  $N$

**TJ.203** (PUC-74) O raio  $R$  de uma esfera circunscrita a um tetraedro regular de aresta  $a$  é:

- a)  $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$  b)  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  c)  $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$  d)  $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$   
e)  $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

**TJ.204** (CESCEM-71) A esfera circunscrita ao octaedro regular de aresta  $a$  tem raio igual a:

- a)  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$  b)  $a\sqrt{2}$  c)  $2a$  d) O octaedro regular não é inscritível.  
e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.205** (FUVEST-77) Um tetraedro tem um triedro tri-retângulo de arestas  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e está circunscrito a uma esfera de raio  $r$  que tangencia as faces do citado triedro em  $P$ ,  $Q$  e  $R$ . Os lados do triângulo  $PQR$  são:

- a) proporcionais a  $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$ ,  $\frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b}$  e  $\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{a}$   
b) proporcionais a  $a$ ,  $b$  e  $c$   
c) proporcionais a  $\frac{ab}{c}$ ,  $\frac{ac}{b}$  e  $\frac{bc}{a}$   
d) iguais a  $r\sqrt{2}$   
e) perpendiculares às faces do triedro.

**TJ.206** (ITA-73) Um octaedro regular é inscrito num cubo, que está inscrito numa esfera, e que está inscrito num tetraedro regular. Se o comprimento da aresta do tetraedro é 1, qual é o comprimento da aresta do octaedro?

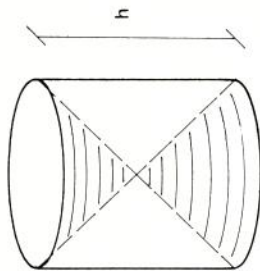
- a)  $\sqrt{2/27}$  b)  $\sqrt{3/4}$  c)  $\sqrt{2/4}$  d)  $1/6$  e) n.d.a.

**TJ.207** (CESCEM-75) Um cilindro de revolução está inscrito em um paralelepípedo reto retângulo. Se representarmos por  $V_1$  o volume do cilindro e por  $V_2$  o volume do paralelepípedo, podemos escrever que

- a)  $\pi V_2 = 4V_1$  b)  $4V_2 = \pi V_1$  c)  $\pi V_1 = V_2$  d)  $V_1 = \pi V_2$  e)  $V_2 = 2\pi V_1$

**TJ.208** (CESCEM-72) De um cilindro de altura  $h = 2r$  e raio da base  $r$ , exclua-se um tronco de cone de segunda espécie de bases coincidentes com as do cilindro. O volume da figura obtida é:

- a)  $\frac{5}{3}\pi r^3$   
b)  $\frac{2}{3}\pi r^3$   
c)  $\frac{4}{3}\pi r^3$   
d)  $\frac{1}{3}\pi r^3$   
e)  $2\pi r^3$



**TJ.209** (ITA-73) Consideremos um cone de revolução de altura  $h$ , e um cilindro nele inscrito. Seja  $d$  a distância do vértice do cone à base superior do cilindro. A altura  $H$  de um segundo cilindro inscrito neste cone (diferente do primeiro) e de mesmo volume do primeiro é dada por:

- a)  $H = (h - \sqrt{h^2 - d^2})/3$   
b)  $H = (h \pm \sqrt{h^2 - d^2})/3$   
c)  $H = (h - d + h\sqrt{h^2 - d^2})/2$   
d)  $H = (h + d - \sqrt{(h - d)(h + 3d)})/2$   
e) n.d.a.

**TJ.210** (CESCEM-75) Um cone de revolução está inscrito em um cilindro de revolução de mesma base, de raio  $R$ , e mesma altura  $h$ . O volume do espaço compreendido entre o cilindro e o cone é

- a)  $\frac{2}{3}\pi R^2 h$  b)  $\frac{2}{3}\pi R h^2$  c)  $\frac{1}{3}\pi R^2 h$  d)  $\frac{1}{3}\pi R h^2$  e)  $\frac{1}{6}\pi R^2 h$

**TJ.211** (CESCEA-74) Um reservatório cilíndrico de raio 3 m e altura 6 m estava totalmente cheio de água. Uma esfera de raio 2 m foi completamente imersa no reservatório. Após a imersão da esfera, permaneceu no reservatório X% da água inicialmente existente. Então, entre os valores abaixo, assinale o que mais se aproxima de X:

- a) 79,1 b) 80,24 c) 81,12 d) 81,28 e) não sei.

**TJ.212** (FEIUC-68) Sendo  $S$  a área de uma superfície esférica e  $P$  a área lateral do cilindro circunscrito, tem-se:

- a)  $S = P$  b)  $S < P$  c)  $P = 2S$  d)  $P = \frac{S\sqrt{3}}{2}$

e) Nenhuma das respostas anteriores

**TJ.213** (CESCEA-71) O volume da esfera inscrita no cilindro equilátero da área lateral  $36\pi\text{cm}^2$  é:

- a)  $\frac{4}{3}\pi\text{cm}^3$  b)  $36\pi\text{cm}^3$  c)  $12\pi\text{cm}^3$  d)  $3\pi\text{cm}^3$  e) Não sei.

**TJ.214** (CESCEM-73) Em uma esfera de raio  $2R$  inscreva-se um cilindro cuja base tem raio  $R$ . A área lateral do cilindro vale

- a)  $3\pi\sqrt{2}R^2$  b)  $12\pi R^2$  c)  $8\pi R^2$  d)  $4\pi\sqrt{3}R^2$   
e) a metade da área da superfície esférica.

**TJ.215** (PUC-74) O volume de um cone equilátero, circunscrito a uma esfera de raio  $R$  é:

- a)  $\pi R^3$  d)  $4\pi R^3$   
b)  $3\pi R^3$  e)  $5\pi R^3$   
c)  $2\pi R^3$

**TJ.216** (ITA-78) Se numa esfera de raio  $R$ , circunscrevemos um cone reto cuja geratriz é igual ao diâmetro da base, então a expressão do volume deste cone em função do raio da esfera, é dado por:

- a)  $3 - R^3$  b)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi R^3$  c)  $3\sqrt{3}\pi R^3$  d)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi R^3$  e) n.d.a.

**TJ.217** (FFCLUSP-66) A área de uma esfera, a área total do cilindro equilátero circunscrito a ela e a área total do cone equilátero também circunscrito a essa esfera são proporcionais aos números:

- a) 1, 2, 3 b)  $0, 1, \frac{1}{2}$  c)  $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$  d)  $\pi, \pi^2, \pi^3$   
e) 4, 6, 9

**TJ.218** (CICE-68) Seja  $S$  a área total de cilindro equilátero inscrito numa esfera de área  $T$  e seja  $U$  a área total do cone equilátero inscrito na mesma esfera. Entre  $S$ ,  $T$ ,  $U$ , existe uma das seguintes relações. Assinale-o:

- a)  $S + U = T$  b)  $T^2 = U \cdot S$  c)  $S^2 = U \cdot T$  d)  $U^2 = S \cdot T$   
e)  $S = \frac{1}{2}(U^2 + T^2)$

**TJ.219** (ITA-70) Um bloco de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto, com base quadrada de lado 5 cm e com altura 1 m. Tal bloco tem uma cavidade cilíndrica sendo que o eixo do cilindro que determina a cavidade passa pelo centro do paralelepípedo e faz com o plano da base um ângulo de 45 graus. O cilindro corta ambas as faces do paralelepípedo segundo uma circunferência de raio 1 m. Qual é o volume do bloco?

- a)  $(75 - \pi)\text{m}^3$  b)  $(25 - 2\pi)\text{m}^3$  c)  $(25 - \frac{\sqrt{2}}{2}\pi)\text{m}^3$  d)  $(25 + \frac{\sqrt{2}}{2}\pi)\text{m}^3$   
e) Nenhum dos resultados acima é válido.

**TJ.220** (ITA-73) Seja  $L$  o comprimento do eixo de uma caldeira cilíndrica terminada por duas semi-esferas. Sabe-se que a área da superfície total da caldeira é  $4\pi k^2$ , com  $0 < k < L/2$ . As dimensões da parte cilíndrica da caldeira valem:

- a)  $k^2/L$  e  $L + 3k^2/L$  b)  $k^2/L$  e  $k + (3/4)L$   
c)  $2k^2/L$  e  $L - 4k^2/L$  d)  $k^2/2L$  e  $L + (4/3)k^2$   
e) n.d.a.

**TJ.221** (ITA-68) Uma esfera é colocada no interior de um vaso cônico com  $\sqrt{55}$  cm de geratriz e  $\sqrt{30}$  cm de altura. Sabendo-se que os pontos de tangência estão a 3 cm do vértice, o raio da esfera vale:

- a)  $2\sqrt{30}$  cm    b)  $\frac{\sqrt{35}}{2}$  cm    c)  $\frac{\sqrt{30}}{2}$  cm  
d) 3 cm    e) Nenhuma das respostas anteriores.

**TJ.222** (ITA-69) Consideremos uma esfera de raio  $r$  e nela inscrevemos um cone reto cujo diâmetro da base tem comprimento igual ao da geratriz. O volume  $V$  do cone em função do raio da esfera verifica uma das afirmações abaixo. Assinale-a.

- a)  $V = 3\pi r^3$     b)  $V = \frac{3}{8}\pi r^3$     c)  $V = \frac{2}{3}\pi r^3$     d)  $V = \frac{3}{2}\pi r^3$

e) Nas condições dadas, não é possível obter o volume  $V$  em função do raio.

**TJ.223** (MACK-75) A razão entre o volume de um cone, de altura igual a 4 vezes o raio da esfera inscrita, e o volume desta esfera é:

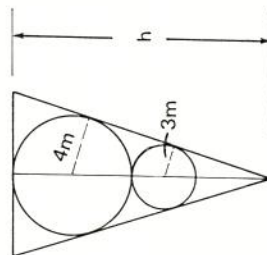
- a) 2    b) 3    c) 4    d)  $\frac{4}{3}$     e)  $\frac{5}{4}$

**TJ.224** (ITA-70) Constrói-se um cone cuja geratriz é tangente a uma esfera de raio  $r$ , e cujo eixo passa pelo centro dessa esfera, de modo que sua base esteja situada a uma distância  $\frac{r}{2}$  do centro da esfera. O volume do cone é:

- a)  $\frac{3}{2}\pi r^3$     b)  $\frac{1}{3}\pi r^3$     c)  $\frac{4}{3}\pi r^3$     d)  $\frac{9}{8}\pi r^3$   
e) Nenhum dos resultados acima é válido.

**TJ.225** (CESCEM-74) Duas esferas de raios 3 m e 4 m têm centro no eixo do cone da figura, são tangentes entre si e ao cone. A altura  $h$  do cone mede

- a)  $512\frac{\sqrt{3}}{7}$  m  
b)  $32\sqrt{\frac{6}{7}}$  m  
c)  $32\left(\sqrt{\frac{6}{7}} + \sqrt{\frac{1}{42}}\right)$  m  
d) 32 m  
e) 21 m



**TJ.226** (FFCLUSP-69) Dadas duas esferas tangentes e de raios respectivamente 1 e 2, o volume do cone reto circunscrito a essas duas esferas é:

- a)  $16\pi$     b)  $32\sqrt{2}\pi$     c)  $27\pi$     d)  $\frac{64}{3}\pi$     e)  $32\pi$

## SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

**TJ.227** (SANTA CASA-78) A relação entre o volume e a área de uma mesma esfera é igual a 3 m. Pode-se então dizer que esta esfera

- a) tem o volume três vezes maior que a área  
b) tem volume três vezes maior que o volume da esfera de 1 m de raio  
c) tem área três vezes maior que a área da esfera de 1 m de raio  
d) tem raio de 3 m  
e) tem área de  $324\pi\text{m}^2$ .

**TJ.228** (CESCEM-78) Dado um triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 10 e um dos catetos mede 6, o volume do sólido gerado, quando o triângulo gira em torno do outro cateto, é

- a)  $128\pi$     b)  $120\pi$     c)  $96\pi$   
d)  $94\pi$     e)  $87\pi$

**TJ.229** (PUC-78) Faz-se girar um retângulo ao redor de um dos lados que tem 1 m. O comprimento do outro lado, para que o volume gerado seja aproximadamente  $31,41593\text{dm}^3$  é:

- a) 8 cm    b) 10 cm    c) 6 cm  
d) 12 cm    e) 14 cm

**TJ.230** (PUC-70) O volume do sólido gerado por um triângulo equilátero de lado  $a$  que gira ao redor de um de seus lados é:

- a)  $\frac{\pi a^3}{2}$     b)  $\frac{2\pi a^3}{3}$     c)  $\pi a$     d)  $\frac{\pi a^3}{4}$   
e) nenhuma das anteriores

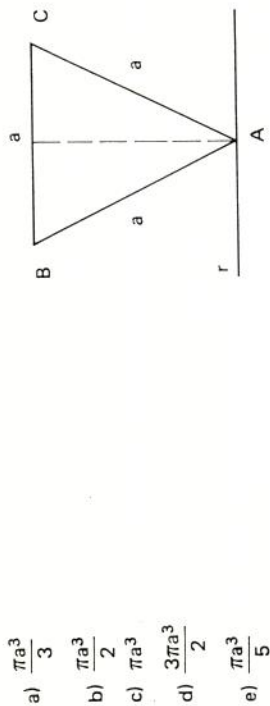
**TJ.231** (ITA-72) O volume do sólido gerado por um triângulo, que gira em torno de sua hipotenusa cujos catetos são 15 cm e 20 cm, é:

- a)  $1080\pi\text{cm}^3$   
b)  $960\text{cm}^3$   
c)  $1400\text{cm}^3$   
d)  $1600\pi\text{cm}^3$   
e) nenhuma das respostas anteriores

**TJ.232** (MACK-75) Um triângulo retângulo isósceles de catetos unitários gira em torno da hipotenusa. O volume do sólido gerado é:

- a)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$     b)  $\frac{\pi\sqrt{6}}{2}$   
c)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$     d)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$   
e) Nenhuma das anteriores.

**TJ.233** (PUC-71) A medida dos lados de um triângulo equilátero ABC é  $a$ . O triângulo ABC gira em torno de uma reta  $r$  do plano do triângulo, paralela ao lado BC e passando pelo vértice A. O volume gerado por esse triângulo mede:



- a)  $\frac{\pi a^3}{3}$   
 b)  $\frac{\pi a^3}{2}$   
 c)  $\pi a^3$   
 d)  $\frac{3\pi a^3}{2}$   
 e)  $\frac{\pi a^3}{5}$

**TJ.234** (CICE-68) Um triângulo retângulo possui catetos de comprimentos  $a$  e  $b$ . Seja  $V_a$  o volume do cone obtido pela rotação do triângulo em torno do cateto de comprimento  $a$ ; análogamente, seja  $V_b$  o volume do cone gerado pela rotação do triângulo em torno do outro cateto. O quociente  $\frac{V_a}{V_b}$  vale:

- a)  $\frac{ab}{a^2 + b^2}$  b)  $\frac{a}{a + b}$  c)  $\frac{b}{a}$  d)  $\frac{a + 1}{b + 1}$  e)  $\frac{a^2 + b^2}{\pi a \cdot b}$

**TJ.235** (ITA-75) As medidas dos catetos de um triângulo retângulo são  $(\sin x) \text{ cm}$  e  $(\cos x) \text{ cm}$ . Um estudante calculou o volume do sólido gerado pela rotação deste triângulo em torno da hipotenusa, e obteve como resultado  $\pi \text{ cm}^3$ . Considerando este resultado como certo, podemos afirmar que:

- a)  $x = \frac{\pi}{6}$  b)  $x = \frac{\pi}{3}$  c)  $x = \frac{\pi}{4}$  d)  $x = \frac{\pi}{5}$  e) NDA

**TJ.236** (ITA-77) Considere um triângulo retângulo inscrito em uma circunferência de raio  $R$  tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa vale  $\frac{R}{m}$  ( $m \geq 1$ ). Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um de seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa, é dado por:

- a)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left( \frac{m-1}{m} \right)^2$  b)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left( 1 - \left( \frac{m+1}{m} \right)^2 \right)$  c)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left( \frac{m+1}{m} \right)^2$   
 d)  $\frac{2}{3} \pi R^3 \left( 1 + \left( \frac{m-1}{m} \right)^2 \right)$  e) Nenhuma das alternativas anteriores

**TJ.237** (CICE-70)  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  sejam os volumes gerados por um triângulo retângulo em torno, respectivamente, da hipotenusa e dos catetos. Então

- a) sempre b) se e só se o triângulo é isósceles c) se e só se  $B = \frac{\pi}{3}$   
 d) nunca e) nenhuma destas respostas

$$\frac{1}{V_a} = \frac{1}{V_b} + \frac{1}{V_c}$$

**TJ.238** (CICE-70) Sejam  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  os volumes gerados por um triângulo retângulo em torno, respectivamente, da hipotenusa e dos catetos. Então:

- a)  $\frac{2}{V_a} = \frac{1}{V_b} + \frac{1}{V_c}$   
 b)  $V_a = V_b + V_c$   
 c)  $\frac{V_b}{c} + \frac{V_c}{b} = \frac{2a}{bc}$   
 d)  $\frac{V_b}{c} + \frac{V_c}{b} = \frac{V_a}{h}$  em que  $h$  é a altura relativa à hipotenusa  
 e) nenhuma das anteriores.

**TJ.239** (EESCUSP-69) As áreas totais  $S_a$  e  $S_b$  dos cilindros gerados pela rotação de um retângulo de lados  $a$  e  $b$ , em torno de cada um dos seus lados  $a$  e  $b$  respectivamente são:

- a) Proporcionais aos lados  $a$  e  $b$   
 b) Iguais.  
 c) Proporcionais aos quadrados dos lados  $a$  e  $b$   
 d) Inversamente proporcionais aos lados  $a$  e  $b$   
 e) Nenhuma das afirmações acima é verdadeira.

**TJ.240** (FEI-73) Qual o volume do sólido gerado por um trapézio retângulo que gira em torno de sua base menor? A base maior do trapézio mede 8, a base menor 5 e a altura 2.

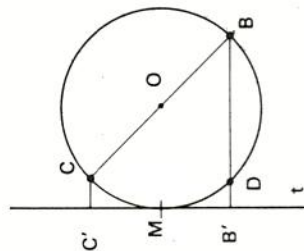
- a)  $60\pi$  b)  $28\pi$  c)  $56\pi$  d)  $64\pi$

**TJ.241** (PUC-71) O diâmetro de uma esfera mede 4 m; uma corda paralela a esse diâmetro mede 2 m. A área da superfície que se obtém girando a corda ao redor do diâmetro vale:

- a)  $\frac{\pi}{2} \sqrt{3}$  b)  $\pi \sqrt{3}$  c)  $2\pi \sqrt{3}$  d)  $4\pi \sqrt{3}$  e)  $5\pi \sqrt{3}$

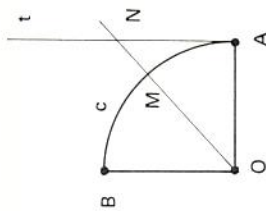
**TJ.242** (ITA-73) Seja  $\overline{B'C'}$  a projeção do diâmetro  $\overline{BC}$  de um círculo de raio  $r$  sobre a reta tangente  $t$  por um ponto  $M$  deste círculo. Seja  $2k$  a razão da área total do tronco do cone gerado pela rotação do trapézio  $BC'B'C'$  ao redor da reta tangente  $t$  e a área do círculo dado. Qual é o valor de  $k$  para que a medida do segmento  $\overline{MB'}$  seja igual a metade do raio  $r$ ?

- a)  $k = 11/3$   
 b)  $k = 15/4$   
 c)  $k = 2$   
 d)  $k = 1/2$   
 e) nenhuma das respostas anteriores.



**TJ.243** (ITA-74) Seja  $c$  um quarto de circunferência  $\widehat{AB}$  de raio  $R$  e centro  $O$ , e seja  $t$  a reta tangente a  $c$  em  $A$ . Traca-se pelo centro  $O$  de  $c$  uma reta que corta  $c$  num ponto  $M$ , e corta a reta tangente num ponto  $N$ , distintos de  $A$ . Seja  $k$  a razão entre o volume gerado pelo setor  $OAM$  e o volume gerado pelo triângulo  $OAN$ , ambos obtidos girando-se de  $2\pi$  em torno de  $AO$ . O comprimento do segmento  $AN$  é igual ao raio  $R$  se:

- a)  $1 < k < 2,5$   
b)  $2,5 \leq k \leq 3$   
c)  $0 < k \leq 2$   
d)  $0 < k < 1,5$   
e) n.d.r.a.



**TJ.244** (ITA-75) Consideremos uma esfera de raio  $r = 1$  cm e um ponto  $P$  fora desta esfera. Sabemos que a distância deste ponto  $P$  à superfície da esfera mede 2 cm. Qual é a razão  $K$  entre a área da superfície da esfera e a da calota visível do ponto  $P$ ?

- a)  $K = 1$       b)  $K = 2$       c)  $K = 3$       d)  $K = \frac{5}{2}$       e) NDA

**TJ.245** (USP-67) Uma esfera de raio 1 cm repousa sobre uma abertura em madeira, em forma de triângulo equilátero, de lado 2 cm; a altura da calota acima do plano de madeira é

- a)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  cm      b)  $(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$  cm      c) 1,5 cm      d) 1 cm  
e) nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

**TJ.246** (EPUSP-67) Um cone de vértice no centro de uma esfera de raio  $R$  intercepta a superfície esférica segundo uma região de área  $S$ . A intersecção do cone com a esfera tem volume igual a:

- a)  $\frac{1}{2} \pi R S$       b)  $\frac{1}{3} \pi S R$       c)  $\frac{1}{2} S R$       d)  $\frac{1}{3} S R$       e) n.r.a.

**TJ.247** (FEI-68) A base de uma pirâmide regular  $OABCD$  é um quadrado  $ABCD$  de lado 2 m e a altura da pirâmide é  $m$ . Uma superfície esférica de centro  $O$  e raio  $R < m$  intercepta a pirâmide numa superfície de área.

- a)  $\pi R^2 / \sqrt{2}$   
b)  $\pi R^2 / 2$   
c)  $\pi R^2$   
d)  $2\pi R^2 / 3$   
e) Nenhuma das anteriores.

# RESPOSTAS

|       |      |       |   |        |   |
|-------|------|-------|---|--------|---|
| TJ.1  | d    | TJ.41 | e | TJ.84  | b |
| TJ.2  | b    | TJ.42 | a | TJ.85  | c |
| TJ.3  | c    | TJ.43 | d | TJ.86  | c |
| TJ.4  | e    | TJ.44 | b | TJ.87  | d |
| TJ.5  | d    | TJ.45 | c | TJ.88  | b |
| TJ.6  | b    | TJ.46 | a | TJ.89  | d |
| TJ.7  | a    | TJ.47 | b | TJ.90  | b |
| TJ.8  | e    | TJ.48 | c | TJ.91  | c |
| TJ.9  | d    | TJ.49 | c | TJ.92  | e |
| TJ.10 | d    | TJ.50 | e | TJ.93  | d |
| TJ.11 | c    | TJ.51 | b | TJ.94  | c |
| TJ.12 | c    | TJ.52 | c | TJ.95  | e |
| TJ.13 | e    | TJ.53 | e | TJ.96  | c |
| TJ.14 | e    | TJ.54 | e | TJ.97  | b |
| TJ.15 | e    | TJ.55 | b | TJ.98  | a |
| TJ.16 | a    | TJ.56 | b | TJ.99  | d |
| TJ.17 | c    | TJ.57 | b | TJ.100 | c |
| TJ.18 | b    | TJ.58 | c | TJ.101 | a |
| TJ.19 | c    | TJ.59 | e | TJ.102 | b |
| TJ.20 | c    | TJ.60 | c | TJ.103 | b |
| TJ.21 | d    | TJ.61 | d | TJ.104 | b |
| TJ.22 | c    | TJ.62 | c | TJ.105 | b |
| TJ.23 | c    | TJ.63 | b | TJ.106 | c |
| TJ.24 | c    | TJ.64 | e | TJ.107 | b |
| TJ.25 | c    | TJ.65 | a | TJ.108 | b |
| TJ.26 | e    | TJ.66 | c | TJ.109 | b |
| TJ.27 | a    | TJ.67 | b | TJ.110 | b |
| TJ.28 | d    | TJ.68 | e | TJ.111 | a |
| TJ.29 | 1ª a | TJ.69 | c | TJ.112 | e |
|       | 2ª d | TJ.70 | c | TJ.113 | a |
|       | 3ª e | TJ.71 | d | TJ.114 | d |
|       | 4ª b | TJ.72 | d | TJ.115 | a |
| TJ.30 | c    | TJ.73 | c | TJ.116 | e |
| TJ.31 | a    | TJ.74 | d | TJ.117 | e |
| TJ.32 | e    | TJ.75 | e | TJ.118 | d |
| TJ.33 | e    | TJ.76 | e | TJ.119 | e |
| TJ.34 | b    | TJ.77 | d | TJ.120 | c |
| TJ.35 | b    | TJ.78 | e | TJ.121 | a |
| TJ.36 | e    | TJ.79 | a | TJ.122 | a |
| TJ.37 | e    | TJ.80 | d | TJ.123 | b |
| TJ.38 | e    | TJ.81 | d | TJ.124 | c |
| TJ.39 | e    | TJ.82 | c | TJ.125 | a |
| TJ.40 | b    | TJ.83 | e | TJ.126 | d |