

# B - Cálculo III - Sexta Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

November 10, 2017

1. Calcule as integrais duplas:

$$I = \int \int_D x(x+y) \, dx dy,$$

onde,

(a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

(b)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ .

(c)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ .

2. Calcule

$$I = \int \int_D f(x, y) \, dx dy,$$

onde

(a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1 - x^2\}$  e  $f(x, y) = x\sqrt{y}$ .

(b)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$  e  $f(x, y) = xe^y$ .

3. Calcule

$$I = \int \int_D f(x, y) \, dx dy,$$

onde  $D$  é o domínio delimitado pela parábola  $y = x^2$  pelo eixo  $Oy$  e pela reta  $y = \frac{\pi}{2}$  e onde  $f(x, y) = \sqrt{y} \sin(x/\sqrt{y})$ .

4. Calcule

$$I = \int \int_D \sqrt[4]{\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1\}.$$

5. Calcule

$$I = \int \int_D xy^4 \sqrt{\left(\frac{x^4}{9} + \frac{y^4}{25}\right)} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4/9 + y^4/25 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

6. Calcule

$$I = \int \int_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

7. Calcule

$$I = \int \int_D e^{\sqrt{2x^2+3y^2}} dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

8. Calcule

$$I = \int \int_D \frac{dx dy}{1 + 2x^2 + 3y^2},$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

9. Calcule

$$I = \int \int \int_D (2x + y - z) dx dy dz$$

onde  $D$  é o tetraedro do primeiro octante delimitado pelos planos coordenados e pelo plano  $x + 2y + 3z = 1$ .

10. Calcule

$$I = \int \int \int_D (z + x) dx dy dz,$$

onde  $D$  é o tetraedro delimitado pelos planos coordenados e pelo plano  $x - y - z = 1$ .

11. (Exercício retificado) Obtenha o volume do sólido do primeiro octante delimitado pelos planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  e  $x + y = 1$  e pela superfície  $z = 1 - x^2$ .

12. Obtenha o volume do sólido do primeiro octante delimitado pelos planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = x$  e pela superfície  $z = 1 - y^2$ .

13. Calcule

$$I = \int \int \int_D x^2 dx dy dz,$$

onde

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 \leq 1\}.$$

14. Obtenha o volume do sólido correspondente à intersecção entre as esferas  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$  e  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz$ , onde  $R > 0$ .

15. (Exercício retificado) Obtenha a massa de uma esfera de raio  $R$  centrada em  $(0, 0, 0)$ , cuja densidade  $\rho$  é dada por  $\rho(r, \theta, z) = \rho_0|z|$ , onde  $\rho_0 > 0$  é uma constante real.

Sugestão: Utilize coordenadas cilíndricas.