

Cálculo 1 - Primeira Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

August 1, 2017

1. Sejam $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{c, d, f, h\}$.

Determine:

- (a) $A \setminus B$,
- (b) $B \setminus A$,
- (c) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$,
- (d) $\mathcal{P}(A \setminus B)$,
- (e) $\mathcal{P}(B \setminus A)$.

2. Obtenha a fração correspondente a α onde,

$$\alpha = 0.212121 \dots + \frac{0.55444444 \dots + 1/3}{4}.$$

3. Sejam $A = [0, 5]$ e $B = [1, 7]$. Obtenha $A \setminus B$ e $B \setminus A$.

4. Sejam $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5\}$.

Obtenha R, S, R^{-1}, S^{-1} seus respectivos domínios e suas respectivas imagens, onde,

$$R = \{(x, y) \in A \times B : x + 2y < 1\},$$

e

$$S = \{(x, y) \in B \times A : x + y > 4\}.$$

5. Seja $A = \{m \in \mathbb{Z} : -7 \leq m \leq 7\}$.

Obtenha R, R^{-1} , seus respectivos domínios e imagens, onde

$$R = \{(x, y) \in A \times A : x^2 + y^2 = 25\}.$$

6. Sejam

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 5\},$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 10\}.$$

Represente no plano cartesiano as seguintes relações, R, S, R^{-1} and S^{-1} e obtenha seus respectivos domínios e imagens, onde

$$R = \{(x, y) \in A \times B : y = 2x\}.$$

$$S = \{(x, y) \in A \times B : x + y = 7\}.$$

7. Sejam

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 4\}.$$

Represente no plano Cartesiano $A \times B$ e $B \times A$, R e R^{-1} , onde

$$R = \{(x, y) \in A \times B : x + y < 3\}.$$

Obtenha também os respectivos domínios e imagens.

8. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ onde

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 2x + 1, & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases} \quad (1)$$

Calcule,

- (a) $f(5)$,
- (b) $f(\sqrt{3})$,
- (c) $f(\sqrt{p})$, onde $p > 0$ é primo,
- (d) $f(1 - \sqrt{2})$,
- (e) $f(-3/7)$.

9. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

- (a) $f(x) \cdot f(y) = f(x + y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$,
- (b) $f(1) = 2$,
- (c) $f(\sqrt{2}) = 4$.

Calcule $f(3 + \sqrt{2})$.

10. Obtenha o maiores domínios possíveis para as seguintes relações analíticas:

(a)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$$

(b)

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 5x + 6}}.$$

Com tais domínios tais funções são iguais?

Obtenha o maior domínio possível para o qual tais funções podem ser iguais.

11. Obtenha a equação da reta r que passa por $A(-1, 3)$ e $B(2, 9)$.

12. Obtenha a equação da reta de coeficiente angular -1 e que passa por $A(-2, 4)$.

13. Obtenha a equação da reta de coeficiente linear 3 e que passa por $A(1, 1)$.

14. Resolva as inequações em \mathbb{R} :

(a)

$$(5x + 2)(2 - x)(4x + 3) > 0$$

(b)

$$(3 - 2x)(4x + 1)(5x + 3) \geq 0.$$

(c)

$$\frac{5x + 2}{4x - 1} > \frac{5x - 1}{4x + 5},$$

(d)

$$-\frac{4}{x} + \frac{3}{2} \geq -\frac{1}{x},$$

(e)

$$\frac{x + 5}{3x + 2} \leq \frac{x - 1}{3x + 5}.$$

15. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ onde

$$f(x) = 5x + 3.$$

Obtenha f^{-1} .

16. Sejam $A = \mathbb{R} \setminus \{1/3\}$ e $B = \mathbb{R}$.

Considere a relação $R : A \rightarrow B$, onde

$$R(x) = \frac{5x + 2}{3x - 1}.$$

Obtenha R^{-1} .

17. Seja $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [5, +\infty)$ onde

$$f(x) = 3x^2 + 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Obtenha e represente no plano cartesiano f^{-1} .

Aqui $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$.

18. Seja $f : \mathbb{R}^- \rightarrow [5, +\infty)$ onde

$$f(x) = 3x^2 + 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Obtenha e represente no plano cartesiano f^{-1} .

Aqui $\mathbb{R}^- = (-\infty, 0]$.