# Cálculo 2 - Quinta Lista de Exercícios
# Equações Diferenciais de Primeira Ordem

Prof. Fabio Silva Botelho

November 15, 2018

1. Resolva as equações:
   (a) $y' - y = 2te^t, \quad y(0) = 1.$
   (b) $ty' + 2y = t^2 - t + 1, \quad y(1) = 1/2, \quad$ onde $t > 0$.
   (c) $y' - 2y = e^{2t}, \quad y(0) = 2.$
   (d) Questão retificada: $ty' + (t+1)y = t, \quad y(\ln 2) = 1.$

2. Considere o problema de valor inicial:

$$y' + \frac{2}{3}y = 2\cos(t), \quad y(0) = -1.$$

   Encontre as coordenadas do primeiro ponto de máximo local da solução para $t > 0$.

3. Resolva as equações separáveis:
   (a) $x + ye^{-x}y' = 0, \quad y(0) = 1.$
   (b) $y' = \frac{(3x^2 - e^x)}{2y-5}, \quad y(0) = 1.$
   (c) $y^2(1-x^2)^{1/2}dy = \arcsin(x)dx, \quad y(0) = 1.$

4. Resolva o problema de valor inicial:

$$y' = 2y^2 + xy^2, \quad y(0) = 1,$$

   e determine onde a solução atinge o seu valor mínimo.

5. Resolva o problema de valor inicial:

$$y' = \frac{2\cos(2x)}{(3+2y)}, \quad y(0) = -1,$$

   e determine onde a solução atinge o seu valor máximo.

6. Determine se as equações abaixo indicadas são exatas. Em caso afirmativo, obtenha as respectivas soluções gerais.

   (a)
   $$(\frac{y}{x} + 6x) + (\ln(x) + 2)y' = 0.$$

   (b) $(e^x \sin(y) - 2y\sin(x)) + (e^x \cos(y) + 2\cos(x))y' = 0.$

7. Resolva o problema de valor de contorno: $(9x^2 + y - 1) - (4y - x)y' = 0, \quad y(1) = 0$

8. Mostre que as equações abaixo não são exatas, mas tornam-se exatas quando multiplicadas pelo fator integrante indicado. Resolva então a equação exata obtida.

   (a) $x^2y^3 + x(1 + y^2)y' = 0 \quad \mu(x, y) = 1/(xy^3).$

   (b) $y + (2x - ye^y)y' = 0, \quad \mu(x, y) = y.$

   (c)
   $$\left(\frac{\sin(y)}{y} - 2e^{-x}\sin(x)\right) + \left(\frac{\cos(y) + 2e^{-x}\cos(x)}{y}\right)y' = 0,$$
   e $\mu(x, y) = ye^x.$

9. Considere a equação:
   $$P(x, y(x)) + Q(x, y(x))y'(x) = 0, \tag{1}$$
   Defina
   $$R(x, y) = \frac{(Q_x(x, y) - P_y(x, y))}{P(x, y)}.$$
   Mostre que se $R$ é uma função só de $y$, então a equação diferencial (1) admite um fator integrante da forma $\mu(y) = e^{\int R(y)\,dy}$.

   Utilizando tal resultado, resolva a equação
   $$y + 1 - (xy)y' = 0, \quad y(1) = 3.$$