Cálculo 2 - Sétima Lista de Exercícios Equações Diferenciais de Ordem Mais Alta e Transformada de Laplace

Prof. Fabio Silva Botelho

November 15, 2018

1. Obtenha a solução geral das equações:

   (a) $y^{(4)} - 4y''' + 4y'' = 0$.

   (b) $y^{(6)} + y = 0$.

   (c) $y^{(6)} - 3y^{(4)} + 3y'' - y = 0$.

   (d) $y''' - 5y'' + 3y' + y = 0$.

2. Resolva as equações:

   (a) $y''' + y' = 0, \quad y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1, \;\; y''(0) = 2.$

   (b) $6y''' + 5y'' + y' = 0, \quad y(0) = -2, \;\; y'(0) = 2, \;\; y''(0) = 0.$

3. Obtenha a solução geral da equação

$$y''' + y'' + y' + y = e^{-t} + 4t,$$

   pelo método dos coeficientes indeterminados.

4. Obtenha a solução geral da equação

$$y''' + y' = \sec(t), \quad -\pi/2 < t < \pi/2,$$

   pelo método da variação dos parâmetros.

5. Obtenha a solução geral da equação

$$y^{(4)} + 2y'' + y = \sin(t),$$

   pelo método dos coeficientes indeterminados. Repita o cálculo utilizando o método da variação dos parâmetros.

6. Prove que
$$\mathcal{L}\{\sin(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}, \forall a \in \mathbb{R}, \quad s > 0,$$
onde
$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\, dt,$$
é a Transformada de Laplace de f.

7. Utilizando o item anterior e a fórmula
$$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0),$$
calcule
$$\mathcal{L}\{\cos(at)\}.$$

8. Resolva as equações abaixo indicadas, utilizando a Transformada de Laplace:
   (a) $y'' - y' - 6y = 0, \quad y(0) = 1, \;\; y'(0) = 1.$
   (b) $y'' - y' - 6y = 0, \quad y(1) = 1, \;\; y(5) = -2.$
   (c) $y'' - 2y + 2y = \cos(t), \quad y(0) = 1, \;\; y'(0) = 0.$
   (d) $y'' + 2y' + y = 4e^{-t}, \quad y(0) = 2, \; y'(0) = -1.$
   (e) $y'' + y = u_{3\pi}(t), \quad y(0) = 1, \;\; y'(0) = 0.$
   (f) $y'' + 3y' + 2y = \delta(t-5) + u_{10}(t), \quad y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1/2.$