

# Cálculo IV - Oitava Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

November 27, 2015

1. Resolva a equação do calor:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & \text{em } \Omega = (0, 30) \times (0, +\infty), \\ u(0, t) = 0 \text{ e } u(30, t) = 0, \forall t > 0, \\ u(x, 0) = 60 - 2x. \end{cases} \quad (1)$$

2. Resolva a equação do calor:

$$\begin{cases} u_t = \alpha^2 u_{xx}, & \text{em } \Omega = (0, 30) \times (0, +\infty), \\ u(0, t) = 30 \text{ e } u(30, t) = 70, \forall t > 0, \\ u(x, 0) = 60 - 2x. \end{cases} \quad (2)$$

3. Resolva a equação da onda:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & \text{em } \Omega = (0, 10) \times (0, +\infty), \\ u(0, t) = 0, \text{ e } u(10, t) = 0, \forall t > 0, \\ u(x, 0) = f(x) \text{ e } u_t(x, 0) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

onde

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [4, 6] \\ 0, & \text{se } x \in [0, 10] \setminus [4, 6]. \end{cases} \quad (4)$$

Observação: aqui denotamos,

$$[0, 10] \setminus [4, 6] = \{x \in [0, 10] : x \notin [4, 6]\}.$$

4. Considere a equação da onda

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, & \text{em } \Omega = \mathbb{R} \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = f(x) \text{ e } u_t(x, 0) = g(x), \end{cases} \quad (5)$$

onde  $f$  e  $g$  são funções de classe  $C^2$  (derivadas de até segunda ordem contínuas). Mostre que  $u(x, t)$  é uma solução de (5), onde

$$u(x, t) = \frac{1}{2} (f(x - at) + f(x + at)) + \frac{1}{2a} (G(x + at) - G(x - at)),$$

onde  $G$  é tal que

$$G'(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}.$$