Cálculo Variacional
Lista de Exercícios para Avaliação

Prof. Fabio Silva Botelho

June 24, 2018

1. Seja $V = C^1([1,2])$. Obtenha o ponto de extremo global do funcional $F : D \to \mathbb{R}$, onde

$$F(y) = \int_1^2 x^3 (y'(x))^2 \, dx,$$

e

$$D = \{y \in V \ : \ y(1) = 5 \text{ e } y(2) = 2\}.$$

2. Seja $V = C^1([1,2])$. Obtenha um ponto de extremo local do funcional $F : D \to \mathbb{R}$, onde

$$F(y) = \int_1^2 \frac{(y'(x))^3}{x^2} \, dx,$$

e

$$D = \{y \in V \ : \ y(1) = 1 \text{ e } y(2) = 7\}.$$

3. Seja $V = C^1([1/2,1])$. Obtenha o ponto de extremo global do funcional $F : D \to \mathbb{R}$, onde

$$F(y) = \int_{1/2}^1 \frac{\sqrt{1 + y'(x)^2}}{x} \, dx,$$

e

$$D = \{y \in V \ : \ y(1/2) = -\sqrt{3}/2 \text{ e } y(1) = 0\}.$$

4. Seja $V = C^1([0,\pi/2])$. Seja $F : D \to \mathbb{R}$ onde

$$F(y) = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} y'(x)^2 \, dx - \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} y(x)^2 \, dx - \int_0^{\pi/2} xy(x) \, dx.$$

e

$$V = \{y \in V \ : \ y(0) = y(\pi/2) = 1\}.$$

   (a) Obtenha o único extremo local para F.

   (b) Utilizando o método de Weierstrass, prove que tal ponto de extremo local é um ponto de mínimo global para F.