Geometria Analítica - Primeira Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

May 18, 2015

1. Seja $\mathbf{u} = (3,4)$ e $\mathbf{v} = (2,-2) \in \mathbb{R}^2$. Prove que $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são linearmente independentes.

2. Sejam $A(1,2)$, $B(5,6)$, $\mathbf{v} = (-2,-7) \in \mathbb{R}^2$ e seja $D(x,y)$. Obtenha $x, y \in \mathbb{R}$ tais que
$$2\overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{v}.$$

3. Sejam $\mathbf{u} = (1,2)$, $\mathbf{v} = (3,4)$ e $\mathbf{w} = (7,-6)$. Obtenha $\alpha_1,\ \alpha_2 \in \mathbb{R}$ tais que $\mathbf{w} = \alpha_1\mathbf{u} + \alpha_2\mathbf{v}$.

4. Sejam $\mathbf{u} = (1,0,-1)$, $\mathbf{v} = (-2,-1,3)$ e $\mathbf{w} = (1,1,5) \in \mathbb{R}^3$.
   (a) Prove que $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ são linearmente independentes.
   (b) Seja $\mathbf{s} = (3,2,-1)$. Obtenha $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ tais que $\mathbf{s} = \alpha_1\mathbf{u} + \alpha_2\mathbf{v} + \alpha_3\mathbf{w}$.

5. Sejam $\mathbf{u} = (\alpha+1, 4, -2)$ e $\mathbf{v}(2,-2,3\alpha+1)$. Determine $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 5$.

6. Sejam $\mathbf{u} = (1,4,-2)$ e $\mathbf{v} = (0,-3,\alpha)$. Obtenha $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que o ângulo entre $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ seja $30°$.

7. Sejam $A(\alpha,-2,12)$, $B(1,-3,2)$ e $C(1,0,7\alpha)$. Obtenha $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que o triângulo de vértices A, B e C seja retângulo em B (isto é $\hat{B} = 90°$.).

8. Sejam $A(1,2,\alpha)$, $B(3\alpha+1,4,-2)$ e $\mathbf{v} = (-1,11\alpha,3)$. Determine $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\mathbf{v} \cdot \overrightarrow{AB} = 5$.

9. Sejam $\mathbf{u} = (1,-4,3)$ e $\mathbf{v} = (2,-1,7)$. Obtenha um vetor $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ que seja simultaneamente ortogonal a $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ e tal que $|\mathbf{w}| = 6$.

10. Sejam $\mathbf{u} = (1,2,-1)$ e $\mathbf{v} = (3,2,\alpha)$. Determine $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que a área do paralelogramo definido por $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ seja 8.