

PAM - H Cálculo 3 - Sexta Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

May 9, 2018

1. Calcule as integrais duplas:

$$I = \int \int_D x(x+y) \, dx dy,$$

onde,

(a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

(b) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq 4x \leq 5y \leq 1\}$.

(c) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq 3y \leq x \leq 1\}$.

2. Calcule

$$I = \int \int_D f(x, y) \, dx dy,$$

onde

(a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1 - x^2\}$ e $f(x, y) = x\sqrt{y}$.

(b) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\}$ e $f(x, y) = xe^y$.

3. Calcule

$$I = \int \int_D f(x, y) \, dx dy,$$

onde D é o domínio delimitado pela parábola $y = x^2$ pelo eixo Oy e pela reta $y = \frac{\pi}{2}$ e onde $f(x, y) = \sqrt{y} \sin(x/\sqrt{y})$.

4. Calcule

$$I = \int \int_D \sqrt[4]{\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1\}.$$

5. Calcule

$$I = \int \int_D xy^4 \sqrt{\left(\frac{x^4}{9} + \frac{y^4}{25}\right)} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4/9 + y^4/25 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

6. Calcule

$$I = \int \int_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

7. Calcule

$$I = \int \int_D e^{\sqrt{2x^2+3y^2}} dx dy,$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

8. Calcule

$$I = \int \int_D \frac{dx dy}{1 + 2x^2 + 3y^2},$$

onde

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

9. Calcule

$$I = \int \int \int_D (2x + y - z) dx dy dz$$

onde D é o tetraedro do primeiro octante delimitado pelos planos coordenados e pelo plano $x + 2y + 3z = 1$.

10. Calcule

$$I = \int \int \int_D (z + x) dx dy dz,$$

onde D é o tetraedro delimitado pelos planos coordenados e pelo plano $x - y - z = 1$.

11. (Exercício retificado) Obtenha o volume do sólido do primeiro octante delimitado pelos planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $x + y = 1$ e pela superfície $z = 1 - x^2$.

12. Obtenha o volume do sólido do primeiro octante delimitado pelos planos $x = 0$, $y = 0$, $z = x$ e pela superfície $z = 1 - y^2$.

13. Calcule

$$I = \int \int \int_D x^2 dx dy dz,$$

onde

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 \leq 1\}.$$

14. Obtenha o volume do sólido correspondente à intersecção entre as esferas $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ e $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz$, onde $R > 0$.

15. (Exercício retificado) Obtenha a massa de uma esfera de raio R centrada em $(0, 0, 0)$, cuja densidade ρ é dada por $\rho(r, \theta, z) = \rho_0|z|$, onde $\rho_0 > 0$ é uma constante real.

Sugestão: Utilize coordenadas cilíndricas.