PAM - Cálculo - 3
Sétima Lista de Exercícios

Prof. Fabio Silva Botelho

June 1, 2018

1. Calcule $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, onde $\mathbf{F}(x, y) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$ e onde C é a curva definida por $\mathbf{r}(t) = a\cos(t)\mathbf{i} + b\sin(t)\mathbf{j}$, entre $0 \leq t \leq \pi/2$, sendo $a, b \neq 0$.

2. Calcule $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, onde $\mathbf{F}(x, y) = y^2\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ e onde C é a curva definida por $\mathbf{r}(t) = a\cos(t)\mathbf{i} + b\sin(t)\mathbf{j}$, entre $0 \leq t \leq \pi/2$.

3. Calcule $I = \int_C y^2\, dx - xy\, dy$, onde C é a parábola de equação $y = x^2$ e onde $0 \leq x \leq 1$.

4. Calcule $I = \int_C (y + x)\, dx - xy^2\, dy$, onde C é a parábola de equação $x = y^2$ e onde $0 \leq x \leq 1$.

5. Calcule $I = \int_C y\, dx + (x + y)\, dy + x^2 z\, dz$, onde C é o segmento de reta de $A(0, 1, 1)$ a $B(4, 2, 3)$.

6. Calcule $I = \int_C (y - 2x)\, dx + x\, dy + (x^2 + z)\, dz$, onde a curva C é composta pelos segmentos de reta de $A(0, 0, 0)$ a $B(0, 0, 1)$ e de $B(0, 0, 1)$ a $D(1, 2, 3)$.

7. Calcule $I = \oint_C xy^2\, dx - yx\, dy$ onde a curva C é a fronteira da região do primeiro quadrante entre a parábola $y = x^2$ e a reta $y = x$. Repita o cálculo da integral acima utilizando o Teorema de Green e compare os resultados.

8. Mostre que o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é conservativo, onde $\mathbf{F}(x, y) = ((\cos(x))y + x^2)\mathbf{i} + (\sin(x) + y^3)\mathbf{j}$. Obtenha o respectivo potencial $U(x, y)$ e calcule $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ onde C é qualquer curva regular ligando os pontos $A(\pi/2, -2)$ e $B(-\pi/2, 1)$.

9. Mostre que o campo vetorial $\mathbf{F} : \Omega \to \mathbb{R}^2$ é conservativo, onde $\Omega = (0, +\infty) \times (0, +\infty)$ e $\mathbf{F}(x, y) = (\frac{2y}{x} + \sin(2x))\mathbf{i} + (\ln(x^2) + y^5)\mathbf{j}$. Obtenha o respectivo potencial $U(x, y)$ e calcule $I = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ onde C é qualquer curva regular ligando os pontos $A(1, 2)$ e $B(e, 1)$.

10. Utilizando o Teorema de Green, calcule a área das regiões D, onde:

    (a)
    $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } y \geq 1/2\}.$$

    (b)
    $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } -1/2 \leq y \leq \sqrt{3}/2\}.$$

(c)

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } 0 \leq x \leq 1/2\}.$$