Processamento de Imagens no Domínio de Fourier - Prof. Leonardo

Lista de exercícios 1, referente à Aula 1

1) Verdadeiro ou falso:
( ) A função $f(t) = e^{2\pi i(2t)}$, $t \in \mathbb{R}$, é periódica de período $T = \frac{1}{2}$ e freqência $\omega = 2$.
( ) Se f é periódica de período $T > 0$, então $f(t + nT) = f(t)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$.
( ) A soma de duas funções periódicas de mesmo período é periódica.
( ) A soma de duas funções periódicas é periódica.

2) Mostre que a série de Fourier de uma função periódica f de período $T > 0$,

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right)$$

pode ser reescrita como

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\frac{2\pi int}{T}}.$$

Mostre também que os coeficientes na expansão acima são dados por

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T e^{-\frac{2\pi int}{T}} f(t)dt.$$

3) Para as extensões periódicas das seguintes funções

(a) $f(t) = \begin{cases} +1, & \text{se } 0 \leqslant t < \frac{1}{2} \\ -1, & \text{se } \frac{1}{2} \leqslant t < 1 \end{cases}$

(b) $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} + t, & \text{se } -\frac{1}{2} \leqslant t < 0 \\ \frac{1}{2} - t, & \text{se } 0 \leqslant t < \frac{1}{2} \end{cases}$

(c) $f(t) = \mathrm{sen}(2\pi t), t \in [0, 1]$.

(d) $f(t) = \cos(16\pi t), t \in [0, \frac{1}{8}]$.

calcule os coeficientes de Fourier, gráficos de aproximações finitas e gráficos de espectros-potência.

Obs.: Para os gráficos, a sugestão é usar softwares como o Matlab, Mathematica ou Maple. Para calcular os coeficientes de Fourier, você pode usar softwares de computação simbólica. Por exemplo, no Wolfram Alpha, para a letra **(a)**

```
Integrate[ exp[-2*pi*i*n*t] * Piecewise[{{1, 0< t < 1/2}, {-1, 1/2 < t <  1}}] , {t,0,1}]
```