

## Introdução

Iremos construir uma base teórica para analisar a funcionalidade dos métodos de reconstrução de imagens aplicado a sinais de áudio, desenvolver uma base em manipulação de áudio no MATLAB e comparar os principais métodos de reconstrução de imagem em sua aplicabilidade a sons.

Neste sentido, traremos resultados preliminares para construção da teoria dos métodos de reconstrução de imagens, trabalhando as teorias introdutórias das séries de Fourier, trabalhando os principais conceitos da transformada de Fourier e Convolução, os principais conceitos e os teoremas fundamentais, para comprovar a admissibilidade das aplicações, além dos resultados dos testes, obtidos através das aplicações dos principais métodos de reconstrução de imagens aplicados a áudio.

## Espaço de Schwartz e Transformada de Fourier

O **Espaço de Schwartz** ou espaço das funções rapidamente decrescentes, que denotamos por  $\mathcal{S}$ , é o subespaço vetorial formado pelas funções  $\zeta \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$  tais que

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \|x\|^k \frac{\partial^\alpha}{\partial x^\alpha} \zeta(x) = 0,$$

quaisquer que sejam  $k \in \mathbb{N}$  e  $\alpha \in \mathbb{N}^n$ .

A **Transformada de Fourier** de uma função  $f(t) \in \mathcal{S}$  é dada por;

$$\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i w t} f(t) dt$$

A **Transformada de Fourier** em Discrete-Time (DTFT) da sequência  $q$  é definida por

$$\hat{q}(w) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q_k e^{-2\pi i w t}$$

## Convolução

Dadas funções  $f$  e  $g$ , sequências  $c$  e  $q$  e  $T \in \mathbb{R}$  a distância entre dois pontos do domínio de  $q$ , as convoluções contínua, discreta e mista são dadas por:

**Contínua**

$$\text{Contínua : } (f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x - t)dt \quad (1)$$

$$\text{Discreta : } (c * q)_n = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k q_{n-k} \quad (2)$$

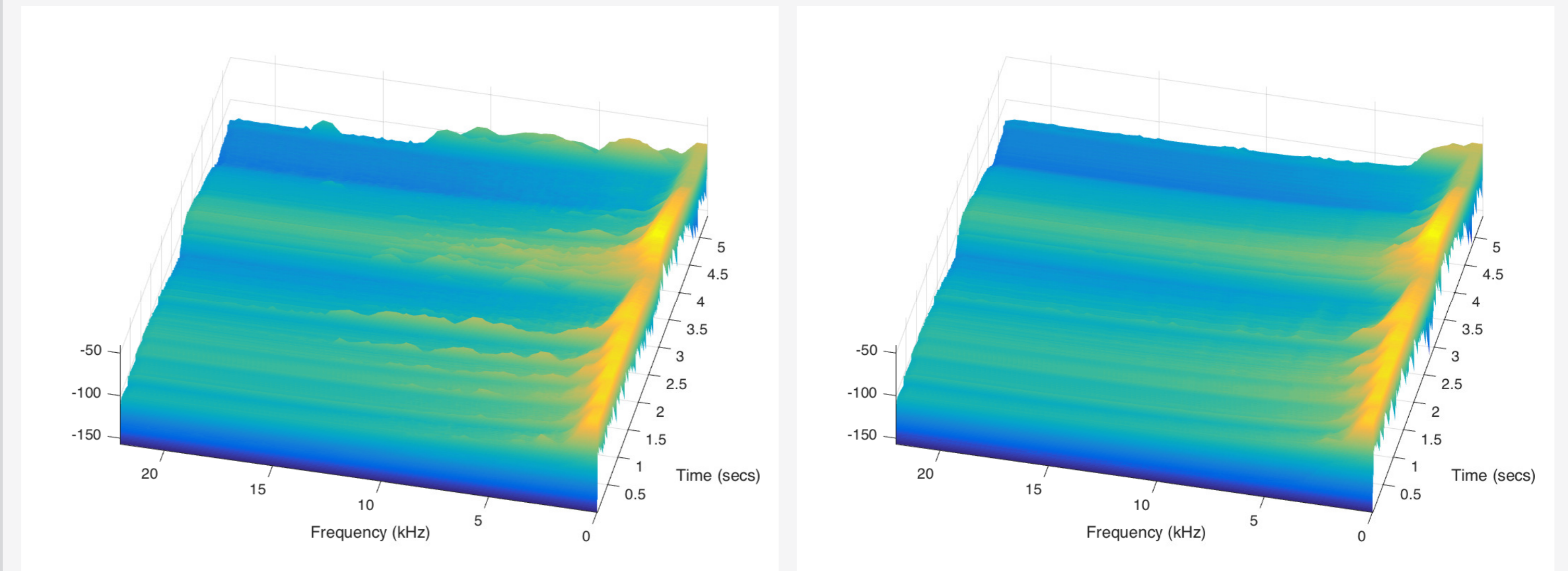
$$\text{Mista : } (q *_{\mathcal{T}} f)(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q_k f(x - kT) \quad (3)$$

## Banco de sons

Para podermos concluir qual dos métodos de reconstrução de imagens é o que melhor aproxima a reconstrução de um som, criamos um banco de dados de sons distintos para testarmos os métodos e fazermos a análise. Tal banco contém um som de sino, um violão tocando notas de grave a agudas, uma sitar, uma nota solo de violoncelo, uma clarineta, um som de orquestra completa, uma fala masculina, uma fala feminina e um som de bateria em ritmo.

## Resultados

A figura 1 nos indica que, ao aplicarmos os métodos de reconstrução de imagens a um som que esteja mal amostrado, há na sua reconstrução uma maior proximidade com o que deveria ser um som com amostragem adequada, tornando, assim, os métodos de reconstrução de imagens testados possíveis métodos de reconstrução de sons.

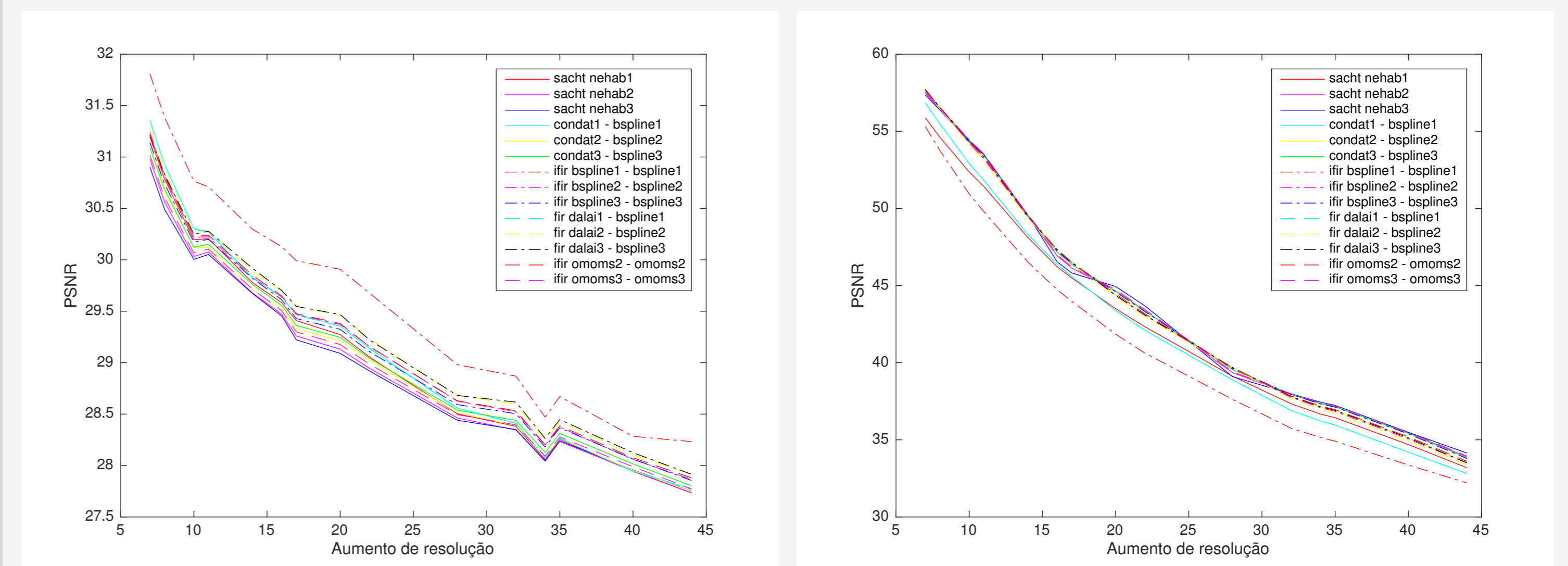


(a) Som original.

(b) Som reconstruído.

Figura 1. 1a: Spectrograma criado a partir de um som a **44.100Hz**. 1b: Spectrograma criado a partir da reconstrução, a **44.100Hz**, da subamostragem do som original, a **4.410Hz**.

Na figura 2 estabelecemos uma comparação entre os principais métodos de reconstrução de imagens, ao aplicarmos a sinais de áudio.



(a) Drums

(b) Violão acústico.

Figura 2. Comparativo entre os principais métodos de reconstrução de imagens, aplicados a sinais de áudio.

## Bibliografia

- [1] T. Blu and M. Unser, "Approximation error for quasi-interpolators and (multi-) wavelet expansions," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 6, no. 2, pp. 219–251, 1999.
- [2] T. Giannakopoulos and A. Pikrakis, *Introduction to Audio Analysis: A MATLAB® Approach*. Academic Press, 2014.
- [3] B. Osgood, "The fourier transform and its applications," *Lecture Notes for EE*, vol. 261, p. 20, 2009.
- [4] L. K. Sacht, *Optimized Quasi-interpolators for Image Reconstruction and Consistent Volumetric Discretizations Inside Self-Intersecting Surfaces*. PhD thesis, IMPA-Rio, 2014.
- [5] C. E. Shannon, "Communication theory of secrecy systems," *Bell Labs Technical Journal*, vol. 28, no. 4, pp. 656–715, 1949.
- [6] D. G. d. Figueiredo, *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2014.