

Galvito - p2 - Cálculo 2 - 2022/02

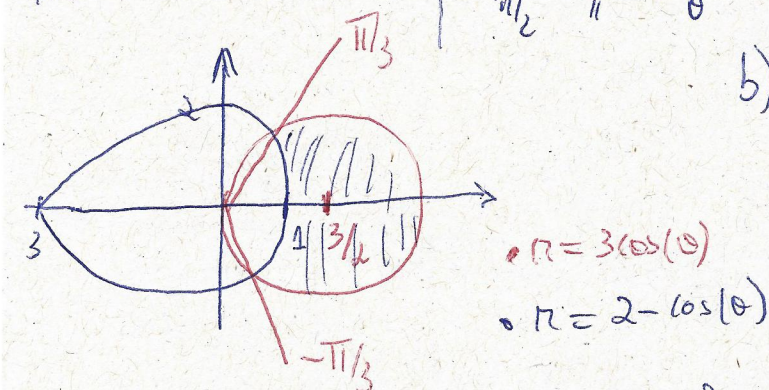
$$\textcircled{1} a) r = 3\cos(\theta), r = 2 - \cos(\theta) \Rightarrow 2 - \cos(\theta) = 3\cos(\theta) \Rightarrow 4\cos(\theta) = 2 \Rightarrow \cos(\theta) = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \pm \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$r = 3\cos(\theta), r^2 = 3r\cos(\theta), x^2 + y^2 = 3x, \boxed{(x - \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}}$$

$\hookrightarrow$ círculo, centro $(\frac{3}{2}, 0)$,
raio $= \frac{3}{2}$

$$r = 2 - \cos(\theta)$$



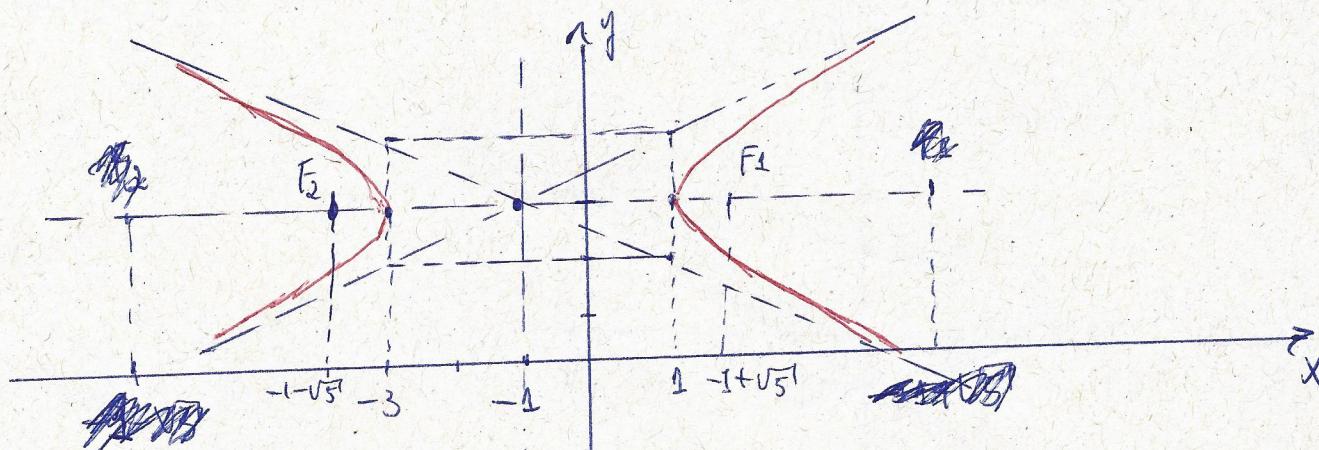
$$b) A = \frac{1}{2} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} [(3\cos(\theta))^2 - (2 - \cos(\theta))^2] d\theta$$

$$2) x^2 + 2x - 4(y^2 - 6y) - 39 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 1 - 4(y-3)^2 + 36 - 39 = 0$$

$$(x+1)^2 - 4(y-3)^2 + 36 - 39 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 4(y-3)^2 = 4$$

$$\boxed{\frac{(x+1)^2}{4} - (y-3)^2 = 1} \Rightarrow \text{Hipérbola com centro em } (-1, 3)$$

$a=2, b=1, c = 2^2 + 1^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}$



$$F_1(-1 + \sqrt{5}, 3)$$

$$F_2(-1 - \sqrt{5}, 3)$$

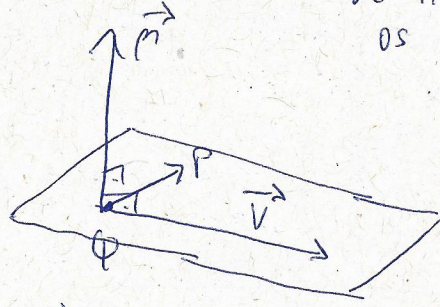
$$V_1(1, 3)$$

$$V_2(-3, 3)$$

Assíntotas: $y - 3 = \frac{1}{2}(x + 1)$

$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 1)$

$(3) z=0 \Rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-4 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow -3y=-3 \Rightarrow \boxed{y=1} \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow Q(1,1,0)$
 $\vec{m}_1 = \langle 1, 1, -1 \rangle, \vec{m}_2 = \langle 2, -1, 3 \rangle$
 $\vec{v} = \vec{m}_1 \times \vec{m}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$
 Retor. diretor da reta
 $\vec{m} = \vec{v} \times \vec{QP} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -5 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}$



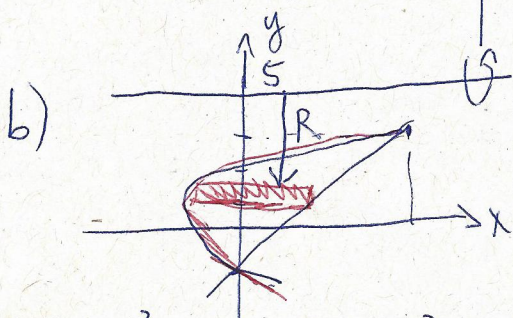
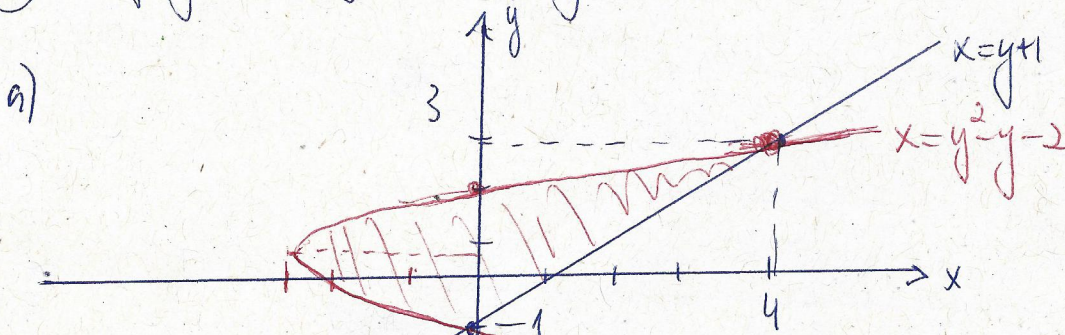
$P(-1, 2, 1)$

Eq. plano: $-2(x+1) + 4(y-2) - 8(z-1) = 0$

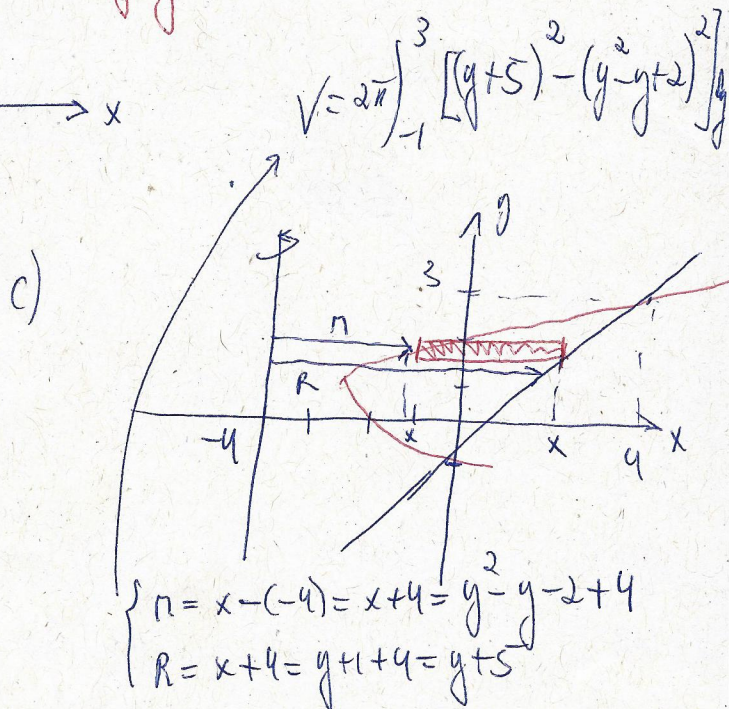
$(4) \vec{v}_1 = \langle 2, 2, -1 \rangle, \vec{v}_2 = \langle 1, -1, 3 \rangle$ (retas não são paralelas)
 $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=2t+3 \\ z=2-t \end{cases}$ (Eq. da reta 1) $\begin{cases} x=2+s \\ y=6-s \\ z=3s-2 \end{cases}$ (Eq. da reta 2)
 $\begin{cases} 2t+1=2+s \\ 2t+3=6-s \\ 2-t=3s-2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{s=1, t=1}$

Ponto de interseção: $P(3, 5, 1)$ (retas concorrentes)

$(5) x=y^2-y-2, x=y+1 \Rightarrow y^2-y-2=y+1 \Rightarrow y^2-2y-3=0 \Rightarrow y_1=3 \Rightarrow x_1=4$
 $y_2=-1 \Rightarrow x_2=0$



$V = 2\pi \int_{-1}^3 (5-y) \cdot (y+1 - (y^2-y-2)) dy$
 (casca cilíndrica)



Prova 2-Cálculo 2-2022/2

Prof. Luciano Bedin

Nome:

1. Considere as curvas polares $r = 2 - \cos(\theta)$ e $r = 3 \cos(\theta)$.

(4,0)

a. Encontre os pontos de intersecção entre as duas curvas e use-os para representar as curvas num mesmo gráfico.

(1,0)

b. Escreva uma integral que representa a área da região R que é interna a $r = 3 \cos(\theta)$ e externa à $r = 2 - \cos(\theta)$.

Obs.: não é necessário calcular a integral no item (b).

2. Identifique o tipo de seção cônica que é dada pela equação

(2,0)

$$x^2 + 2x - 4y^2 + 24y - 39 = 0.$$

Encontre os focos e os vértices. Se for parábola, encontre também a reta diretriz; se for hipérbole, encontre também o centro e as assíntotas; se for elipse, encontre também o centro e identifique os eixos maior e menor. Utilize esses elementos para esboçar a curva, identificando-os no gráfico.

(2,0)

3. Determine a equação do plano que contém o ponto $(-1, 2, 1)$ e também contém a reta que é a intersecção entre os planos $x + y - z = 2$ e $2x - y + 3z = 1$.
4. Classifique as retas L_1 e L_2 abaixo em concorrentes, paralelas ou reversas. Se forem concorrentes determinar o ponto de intersecção.

(1,5)

$$L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1};$$

$$L_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+2}{3}.$$

5. Seja R a região delimitada pelas curvas $x = y^2 - y - 2$ e $x = y + 1$.

(1,0)

a. Represente graficamente a região R .

(1,0)

b. Escreva uma integral que representa o volume do sólido de revolução obtido ao rotacionarmos a região R em torno da reta $y = 5$.

(1,0)

c. Escreva uma integral que representa o volume do sólido de revolução obtido ao rotacionarmos a região R em torno da reta $x = -4$.

Obs.: não é necessário calcular as integrais nos itens (b) e (c).

Fórmulas:

Área em coordenadas polares: $A = \frac{1}{2} \int_a^b [f(\theta)]^2 d\theta$

Produto escalar: $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$

Projeção: $\text{proj}_{\vec{u}} \vec{v} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}|^2} \vec{u}$

Produto vetorial: $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

Equação do Plano: $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

Equações da reta: $\vec{r} = \vec{r}_0 + t\vec{v}$, $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$
 $x = x_0 + at$, $y = y_0 + bt$, $z = z_0 + ct$

Elipse: $\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$, $a^2 = b^2 + c^2$

Hipérbole: $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ ou $\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$, $c^2 = b^2 + a^2$

Parábola: $4p(y - k) = (x - h)^2$ ou $4p(x - h) = (y - k)^2$