Análise Funcional Aplicada - 2022.01

Prof. Maicon Marques Alves

Lista 02

1. Seja X um espaço localmente convexo e $f : X \to \mathbb{R}$ linear, $f \neq 0$. Mostre que se $A \subset X$ é aberto, então $f(A)$ é aberto.

2. Seja X um espaço localmente convexo e $f : X \to \mathbb{R}$ linear, $f \neq 0$. Sejam $A, B \subset X$ abertos tais que $f(a) \leq f(b)$ para todo $a \in A$ e $b \in B$. Mostre que $f(a) < f(b)$ para todo $a \in A$ e $b \in B$.

3. Seja X um espaço localmente convexo, $A \subset X$ compacto e $B \subset X$ fechado. Mostre que $B - A$ é fechado.

4. Seja X um espaço localmente convexo e $C \subset X$ convexo. Mostre que:
   (a) $\overline{C}$ é convexo.
   (b) $\operatorname{int} C$ é convexo.
   (c) Se $y \in \operatorname{int} C$ e $x \in \overline{C}$, então $\lambda x + (1 - \lambda)y \in \operatorname{int} C$ para todo $\lambda \in [0, 1)$.
   (d) Se $\operatorname{int} C \neq \emptyset$, então $\overline{\operatorname{int} C} = \overline{C}$.