Análise Funcional Aplicada - 2022.01
Segunda Prova

Nome:____

Assinatura:____

---

1) (3.0 Pontos) V ou F, com prova ou contra-exemplo.

(a) Toda função convexa e s.c.i. num espaço de Hilbert admite minimizador.

(b) ℓ_∞^* é separável.

(c) Se M é subespaço de um espaço de Hilbert $\mathcal{H}$, então

$$\mathcal{H} = \overline{M} \oplus M^\perp = M^\perp \oplus (M^\perp)^\perp.$$

2) (2.0 Pontos) Seja X um espaço de Banach reflexivo. Seja (x_n) uma sequência em X tal que, para todo $f \in X^*$, $\big(f(x_n)\big)$ é convergente. Mostre que (x_n) é fracamente convergente.

3) (2.0 Pontos) Seja $\mathcal{H}$ um espaço de Hilbert com base ortonormal $\{x_n\}_{n\geq 1}$ e seja (y_k) uma sequência em $\mathcal{H}$. Mostre que são equivalentes:

(a) Para todo $x \in \mathcal{H}$, $\langle x, y_k \rangle \to 0$.

(b) Para todo $n \geq 1$, $\langle x_n, y_k \rangle \to 0$ e (y_k) é limitada.

4) (2.0 Pontos) Seja c o espaço das sequências convergentes e c_0 o espaço das sequências que convergem para zero, ambos munidos com a norma infinito. Mostre que c_0 e c são separáveis.

5) (1.0 Ponto) Mostre que $\mathcal{S}(\mathbb{R}) \subset L^1(\mathbb{R})$ com imersão contínua.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 03 de junho de 2022.