

**MTM3112 - Álgebra Linear**  
**Primeira Lista**  
**Prof. Maicon Marques Alves**

1. Considere os vetores  $u = (8, 6)$ ,  $v = (4, -1)$  e  $w = (1, -2)$  de  $\mathbb{R}^2$ .

(a) Calcule o que se pede em cada item.

(i)  $u + v$

(ii)  $u - v$

(iii)  $-u$

(iv)  $-v$

(v)  $v - w$

(vi)  $2u$

(vii)  $\frac{1}{2}v$

(viii)  $4u - 3v$

(ix)  $2u - 3v + 4w$

(b) Tente interpretar geometricamente cada operação realizada no item (a).

(c) Calcule o comprimento de  $u$ ,  $v$  e  $w$ .

(d) Calcule o comprimento do vetor  $u + v$ .

2. Repita o Exercício 1 para  $u = (-1, 0, 2)$ ,  $v = (0, 1, -3)$  e  $w = (1, 0, -5)$ .

3. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Calcule o que se pede em cada item.

(i)  $A + B$

(ii)  $A - B$

(iii)  $-A$

(iv)  $-B$

(v)  $B - C$

(vi)  $2A$

(vii)  $\frac{1}{2}B$

(viii)  $4A - 3B$

(ix)  $2A - 3B + 4C$

4. Em qual espaço vetorial pertencem os vetores  $A$ ,  $B$  e  $C$  do Exercício 3?

5. Sejam  $p = 2x^3 - x^2 + 1$ ,  $q = x^4 - x$  e  $r = x^3 - 8$ . Calcule o que se pede em cada item.

- (i)  $p + q$
- (ii)  $p - q$
- (iii)  $-p$
- (iv)  $-q$
- (v)  $q - r$
- (vi)  $2p$
- (vii)  $\frac{1}{2}p$
- (viii)  $4p - 3q$
- (ix)  $2p - 3q + 4r$

6. Em qual espaço vetorial pertencem os *vetores*  $p$ ,  $q$  e  $r$  do Exercício 5?

7. Sejam  $f(x) = e^x - \sin x$ ,  $g(x) = x^2 + 3\sin x$  e  $h(x) = \ln x - x^2$ . Calcule o que se pede em cada item.

- (i)  $f + g$
- (ii)  $f - g$
- (iii)  $-f$
- (iv)  $-g$
- (v)  $g - h$
- (vi)  $2f$
- (vii)  $\frac{1}{2}f$
- (viii)  $4g - 3h$
- (ix)  $2f - 3g + 4h$

8. Em qual espaço vetorial pertencem os *vetores*  $f$ ,  $g$  e  $h$  do Exercício 7?

9. Determine o vetor nulo dos espaços vetoriais abaixo.

- (a)  $\mathbb{R}^n$
- (b)  $\mathcal{P}_7$
- (c)  $\mathcal{M}(4, 5)$
- (d)  $C[0, 1]$

10. Determine o vetor oposto de cada vetor abaixo.

- (a)  $u = (1, -3, 0, 0, \frac{1}{2}, \pi, -10)$

(b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -7 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

(c)  $p(x) = -1 + x^4 - x^2 + x$

(d)  $f(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen} x + \ln x$ .

11. Determine em que espaço vetorial pertencem os vetores  $u$ ,  $A$ ,  $p$  e  $f$  do Exercício 10.

12. Determine quais subconjuntos abaixo são *subespaços vetoriais* de  $\mathbb{R}^2$ . Justifique as suas respostas.

(a)  $S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$

(b)  $S_2 = \{(x, x^2) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$

(c)  $S_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = -3y\}$

(d)  $S_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x + 1\}$

(e)  $S_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0\}$

(f)  $S_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } y \in \mathbb{R}\}$

(g)  $S_7 = \{(0, 0)\}$

13. Determine quais subconjuntos abaixo são *subespaços vetoriais* de  $\mathbb{R}^3$ . Justifique as suas respostas.

(a)  $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 4y \text{ e } z = 0\}$

(b)  $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 2x - y\}$

(c)  $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2\}$

(d)  $S_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = x + 2 \text{ e } z = 0\}$

(e)  $S_5 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid xy = 0\}$

14. Determine quais subconjuntos abaixo são *subespaços vetoriais* de  $\mathbb{R}^n$ . Justifique as suas respostas.

(a)  $S_1 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 = 0\}$

(b)  $S_2 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_n = 1 + x_{n-1}\}$

(c)  $S_3 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0\}$

(d)  $S_4 = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n\}$

15. Determine quais subconjuntos abaixo são *subespaços vetoriais* de  $\mathcal{M}(2, 2)$ . Justifique as suas respostas.

$$(a) S_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid c = a + b \text{ e } d = 0 \right\}$$

$$(b) S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

$$(c) S_3 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

$$(d) S_4 = \left\{ \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & c \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

16. Seja

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} 2a & a + 2b \\ 0 & a - b \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

(a)  $W$  é *subespaço vetorial* de  $\mathcal{M}(2, 2)$ ?

(b)  $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in W$ ?

(c)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \in W$ ?

## Gabarito Parcial

- 1 (a) (i)  $(12, 5)$   
(iv)  $(-4, 1)$   
(v)  $(3, 1)$   
(vii)  $(2, -\frac{1}{2})$   
(viii)  $(20, 27)$   
(c)  $\|u\| = 10, \|v\| = \sqrt{17}$
- 3 (i)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$   
(iv)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   
(v)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$   
(vii)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$   
(viii)  $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -4 & -6 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$
- 5 (i)  $x^4 + 3x^3 - x^2 - x - 7$   
(iv)  $-x^4 + x$   
(v)  $x^4 - x^3 - x + 8$   
(vii)  $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$   
(viii)  $-3x^4 + 8x^3 - 4x^2 + 3x + 4$
- 7 (i)  $e^x + 2\text{sen}x + x^2$   
(iv)  $-x^2 - 3\text{sen}x$   
(v)  $2x^2 + 3\text{sen}x - \ln x$   
(vii)  $\frac{e^x}{2} - \frac{\text{sen}x}{2}$   
(viii)  $7x^2 + 12\text{sen}x - 3\ln x$
- 9 (a)  $(0, 0, \dots, 0)$

(d) 0

10 (a)  $(-1, 3, 0, 0, -\frac{1}{2}, -\pi, 10)$

(c)  $1 - x^4 + x^2 - x$

12 (a) Sim

(b) Não

(e) Não

(f) Sim

13 (a) Sim

(c) Não

(d) Não

(e) Não

15 (a) Sim

(b) Sim

(c) Sim

(d) Não