

MTM3112 - Álgebra Linear
Terceira Lista
Prof. Maicon Marques Alves

1. Classifique os subconjuntos de \mathbb{R}^2 abaixo como L. I. ou L. D.

- (a) $A = \{(1, 3)\}$
- (b) $B = \{(1, 3), (2, 6)\}$
- (c) $C = \{(2, -1), (3, 5)\}$
- (d) $D = \{(1, 0), (-1, 1), (3, 5)\}$

2. Classifique os subconjuntos de \mathbb{R}^3 abaixo como L. I. ou L. D.

- (a) $A = \{(2, -1, 3)\}$
- (b) $B = \{(1, -1, 1), (-1, 1, 1)\}$
- (c) $C = \{(2, -1, 0), (-1, 3, 0), (3, 5, 0)\}$
- (d) $D = \{(2, 1, 3), (0, 0, 0), (1, 5, 2)\}$

3. Classifique os subconjuntos de \mathbb{R}^4 abaixo como L. I. ou L. D.

- (a) $A = \{(2, 1, 0, 0), (1, 0, 2, 1), (-1, 2, 0, -1)\}$
- (b) $B = \{(0, 1, 0, -1), (1, 1, 1, 1), (-1, 2, 0, 1), (1, 2, 1, 0)\}$
- (c) $C = \{(1, -1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, -1), (1, 2, 1, -2)\}$
- (d) $D = \{(1, 1, 2, 4), (1, -1, -4, 2), (0, -1, -3, 1), (2, 1, 1, 5)\}$

4. Verifique se o conjunto de matrizes abaixo é L. I. ou L. D.

$$\left\{ \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \right\}$$

5. Determine um valor de k de modo que o conjunto

$$\{(-1, 0, 2), (1, 1, 1), (k, -2, 0)\}$$

seja L. I.

6. Suponha que os vetores u , v e w sejam L. I. Verifique então que os vetores $u + v$, $u + w$ e $v + w$ são também L. I.

7. Verifique quais subconjuntos abaixo formam uma base para \mathbb{R}^2 .

- (a) $A = \{(1, 2), (-1, 3)\}$

(b) $B = \{(0, 0), (2, 3)\}$

8. Verifique quais subconjuntos abaixo formam uma base para \mathbb{R}^3 .

(a) $A = \{(1, 1, -1), (2, -1, 0), (3, 2, 0)\}$

(b) $B = \{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (-2, 1, -4)\}$

9. Verifique que o conjunto

$$\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 3), (0, 0, 0, 5)\}$$

é base para o espaço vetorial \mathbb{R}^4 .

10. Determine uma base e dê a dimensão para cada um dos seguintes subespaços vetoriais.

(a) $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 3x\}$

(b) $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$

(c) $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 3z = 0\}$

11. Mostre que o conjunto

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

é base do espaço vetorial $M(2, 2)$.

12. Escreva uma base para o espaço vetorial das matrizes $n \times n$, isto é, para $M(n, n)$. Qual é a dimensão desse espaço?

13. Considere o subespaço vetorial de \mathbb{R}^4 gerado pelos vetores $v_1 = (1, -1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 0, 1, 1)$, $v_3 = (-2, 2, 1, 1)$ e $v_4 = (1, 0, 0, 0)$, isto é, $[v_1, v_2, v_3, v_4]$.

(a) O vetor $(2, -3, 2, 2)$ pertence a $[v_1, v_2, v_3, v_4]$? Justifique sua resposta.

(b) Encontre uma base para $[v_1, v_2, v_3, v_4]$. Qual é a dimensão desse subespaço?

14. Qual seria uma base natural para o espaço vetorial \mathcal{P}_n ? Qual é a dimensão desse espaço?

15. Seja S o subespaço vetorial de $M(2, 2)$ gerado pelas matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base e dê a dimensão de S .

16. Considere os subespaços vetoriais S_1 e S_2 de $M(2, 2)$ definidos por

$$S_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = d, \quad b = c \right\}$$

$$S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = c, \quad b = d \right\}$$

Determine $S_1 \cap S_2$ e dê uma base para esse subespaço vetorial.

17. Considere os subespaços vetoriais de \mathbb{R}^4 definidos por

$$S_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - z + t = 0\}$$

Determine $S_1 \cap S_2$ e dê uma base para esse subespaço vetorial.

Gabarito Parcial

- 1 (a) L. I.
(b) L. D.
(c) L. I.
(d) L. D.

- 2 (a) L. I.
(b) L. I.
(c) L. D.
(d) L. D.

- 3 (a) L. I.
(b) L. D.
(c) L. D.
(d) L. I.

4 L. I.

5 Qualquer valor diferente de -3 .

7 A

8 A

12 A dimensão de $M(2, 2)$ é n^2

- 13 (a) Sim
(b) Uma base de $[v_1, v_2, v_3, v_4]$ pode ser formada pelos vetores $w_1 = (1, 0, 0, 0)$, $w_2 = (0, 1, 0, 0)$, $w_3 = (0, 0, 1, 1)$.

14 $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$

16 $S_1 \cap S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = b = c = d \right\}$

17 $S_1 \cap S_2 = [(0, 0, 1, 1)]$