

MTM3112 - Álgebra Linear

Oitava Lista

Prof. Maicon Marques Alves

1. Considere \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 com o produto interno usual. Em cada item, aplique o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt para obter, a partir da base dada, uma base ortonormal.
 - (a) $\alpha = \{(3, 4), (1, 2)\}$
 - (b) $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (0, 1, 2)\}$
 - (c) $\gamma = \{(1, 0, 1), (1, 0, -1), (0, 3, 4)\}$
2. O conjunto $\alpha = \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right\}$ é uma base ortonormal de \mathbb{R}^2 (com produto interno usual). Determinar as coordenadas do vetor $v = (2, 4)$ em relação à base α .
3. Em relação ao produto interno usual, determine uma base ortonormal dos seguintes subespaços vetoriais de \mathbb{R}^3 .
 - (a) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y - 2z = 0\}$
 - (b) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$
4. Determinar, em relação ao produto interno usual, uma base ortonormal para o subespaço de \mathbb{R}^4 gerado pelos vetores $u = (1, 0, -1, 1)$, $v = (0, 1, 0, 1)$ e $w = (1, 1, -1, -2)$.
5. Considere o produto interno $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$. Aplique o Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt na base $\{1, x, x^2\}$ para obter a base ortonormal $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}x, \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}(3x^2 - 1) \right\}$. Verifique diretamente que o último conjunto é um conjunto ortonormal.

Gabarito Parcial

- 1 (a) $\{(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}), (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})\}$
(b) $\{(1, 0, 0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}), (0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$
(c) $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, 1, 0)\}$

2 $[v]_{\alpha} = (3\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

- 3 (a) $\{(1, 0, 0), (0, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})\}$
(b) $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}})\}$

4 Uma possível resposta é

$$\left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{3}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{2}{\sqrt{15}} \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}} \right) \right\}$$