

# MTM3112 - Álgebra Linear

## Nona Lista

Prof. Maicon Marques Alves

exe:91

1. Encontre uma matriz  $2 \times 2$  com autovalores 1 e 4 e autovetores  $(3, 1)$  e  $(2, 1)$ , respectivamente.  
Dica: use a fatoração  $X\Lambda X^{-1}$ .
2. Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$  diagonalizável com autovalores iguais a 1 ou -1. Mostre que  $A$  é não-singular e que  $A^{-1} = A$ .  
Dica: use a fatoração  $A = X\Lambda X^{-1}$  para concluir que  $A^2 = I$ .
3. Mostre que qualquer matriz  $3 \times 3$  da forma

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$

não é diagonalizável.

ex:94

4. Fatore as matrizes abaixo como  $A = X\Lambda X^{-1}$ , onde  $X$  é não-singular e  $\Lambda$  é diagonal.

(a)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

(c)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(d)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

5. Para cada uma das matrizes do Exercício 4, use a fatoração  $X\Lambda X^{-1}$  para calcular  $A^6$ .

exe:96

6. Para cada uma das matrizes abaixo, encontre uma matriz  $B$  tal que  $B^2 = A$ .

(a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**ex:02**

7. Fatore cada uma das matrizes abaixo no formato  $A = X\Lambda X^T$ , onde  $X$  é uma matriz ortogonal e  $\Lambda$  é uma matriz diagonal.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

## Gabarito Parcial

(1)  $\begin{bmatrix} -5 & 18 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

(4) Possíveis repostas (parciais):

(a)  $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$      $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$      $X^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

(b)  $X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$      $\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$      $X^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 \\ -1/2 & 2 \end{bmatrix}$

(c)  $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1/3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$      $\Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(d) Os autovalores são  $\lambda_1 = -3$ ,  $\lambda_2 = 0$  e  $\lambda_3 = 5$

(6) Possíveis repostas:

(a)  $B = A$

(b)  $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$