MTM3112 - Álgebra Linear
Oitava Lista

1. Em cada item, aplique o *Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt* para obter, a partir da base dada, uma *base ortonormal*.

   (a) $\alpha = \{(3,4),(1,2)\}$

   (b) $\beta = \{(1,0,0),(0,1,1),(0,1,2)\}$

   (c) $\gamma = \{(1,0,1),(1,0,-1),(0,3,4)\}$

2. Determine uma *base ortonormal* para cada um dos seguintes subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$.

   (a) $U = \{(x,y,z) \mid y - 2z = 0\}$

   (b) $W = \{(x,y,z) \mid x + y + z = 0\}$

3. Determine uma *base ortonormal* para o subespaço de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $u = (1,0,-1,1)$, $v = (0,1,0,1)$ e $w = (1,1,-1,-2)$.

4. Considere o produto interno $\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$ e o *Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt* em que o produto interno acima é utilizado no lugar do produto escalar. Aplique esse processo na base $\{1, x, x^2\}$ para obter a base ortonormal $\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}x, \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}(3x^2-1)\right\}$. Verifique diretamente que o último conjunto é um conjunto ortonormal.

Gabarito Parcial

1 (a) $\{(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}), (-\frac{4}{5}, \frac{3}{5})\}$

(b) $\{(1, 0, 0), (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}), (0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})\}$

(c) $\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}), (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (0, 1, 0)\}$

2 (a) $\left\{(1, 0, 0), (0, \frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})\right\}$

(b) $\left\{(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}})\right\}$

3 Uma possível resposta é

$$\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{3}{\sqrt{15}}, \frac{1}{\sqrt{15}}, \frac{2}{\sqrt{15}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{2}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}}\right)\right\}$$