

MTM3112 Álgebra Linear
Primeira Prova

Nome: _____

Matrícula: _____

1. (2.0 Pontos) Determine quais subconjuntos abaixo são *subespaços vetoriais* de $\mathcal{M}(2, 2)$. Justifique as suas respostas.

(a) $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid c = a + b \text{ e } d = 0 \right\}.$

(b) $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathcal{M}(2, 2) \mid d = 1 \right\}.$

2. (2.0 Pontos) Encontre vetores geradores para cada um dos subespaços descritos abaixo. Justifique as suas respostas.

(a) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -2y \text{ e } z = -3y\}.$

(b) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + 3z = 0\}.$

3. (2.0 Pontos) Considere o subespaço vetorial S de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $v_1 = (1, 1, -2, 4)$, $v_2 = (1, 1, -1, 2)$ e $v_3 = (1, 4, -4, 8)$, ou seja, $S = [v_1, v_2, v_3]$. Responda ao que se pede, justificando a sua resposta.

(a) O vetor $u = (\frac{2}{3}, 1, -1, 2)$ pertence a S ?

(b) O vetor $v = (0, 0, 1, 1)$ pertence a S ?

4. (2.0 Pontos) Determine um valor de k de modo que o conjunto

$$\{(-1, 0, 2), (1, 1, 1), (k, -2, 0)\}$$

seja linearmente independente (L. I.).

5. (2.0 Pontos) Suponha que β e β' são bases ordenadas de $\mathbb{R}^3$ e que

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ache $[v]_{\beta}$ sabendo que

$$[v]_{\beta'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Justifique a sua resposta.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 19 de abril de 2024.