
MTM3112 - Álgebra Linear

Terceira Lista

1. Classifique os subconjuntos de $\mathbb{R}^2$ abaixo como L. I. ou L. D. Em cada caso, interprete os resultados geometricamente.

(a) $A = \{(1, 3)\}$

(b) $B = \{(1, 3), (2, 6)\}$

(c) $C = \{(2, -1), (3, 5)\}$

(d) $D = \{(1, 0), (-1, 1), (3, 5)\}$

2. Classifique os subconjuntos de $\mathbb{R}^3$ abaixo como L. I. ou L. D.

(a) $A = \{(2, -1, 3)\}$

(b) $B = \{(1, -1, 1), (-1, 1, 1)\}$

(c) $C = \{(2, -1, 0), (-1, 3, 0), (3, 5, 0)\}$

(d) $D = \{(2, 1, 3), (0, 0, 0), (1, 5, 2)\}$

3. Classifique os subconjuntos de $\mathbb{R}^4$ abaixo como L. I. ou L. D.

(a) $A = \{(2, 1, 0, 0), (1, 0, 2, 1), (-1, 2, 0, -1)\}$

(b) $B = \{(0, 1, 0, -1), (1, 1, 1, 1), (-1, 2, 0, 1), (1, 2, 1, 0)\}$

(c) $C = \{(1, -1, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, -1), (1, 2, 1, -2)\}$

(d) $D = \{(1, 1, 2, 4), (1, -1, -4, 2), (0, -1, -3, 1), (2, 1, 1, 5)\}$

4. Verifique se o conjunto de matrizes abaixo é L. I. ou L. D.

$$\left\{ \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \right\}$$

5. Determine um valor de k de modo que o conjunto

$$\{(-1, 0, 2), (1, 1, 1), (k, -2, 0)\}$$

seja L. I.

6. Verifique quais subconjuntos abaixo formam uma base para $\mathbb{R}^2$.

(a) $A = \{(1, 2), (-1, 3)\}$

(b) $B = \{(0, 0), (2, 3)\}$

7. Verifique quais subconjuntos abaixo formam uma base para $\mathbb{R}^3$.

(a) $A = \{(1, 1, -1), (2, -1, 0), (3, 2, 0)\}$

(b) $B = \{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (-2, 1, -4)\}$

8. Verifique que o conjunto

$$\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 3), (0, 0, 0, 5)\}$$

é base para o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$.

9. Determine uma base e dê a dimensão para cada um dos seguintes subespaços vetoriais.

(a) $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 3x\}$

(b) $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\}$

(c) $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 3z = 0\}$

10. Verifique que o conjunto

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$

é base do espaço vetorial $\mathcal{M}(2, 2)$. Escreva uma base para o espaço vetorial das matrizes $n \times n$, isto é, para $\mathcal{M}(n, n)$. Qual é a dimensão desse espaço?

11. Considere o subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$ gerado pelo vetores $v_1 = (1, -1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 0, 1, 1)$, $v_3 = (-2, 2, 1, 1)$ e $v_4 = (1, 0, 0, 0)$, isto é, $[v_1, v_2, v_3, v_4]$.

(a) O vetor $(2, -3, 2, 2)$ pertence a $[v_1, v_2, v_3, v_4]$? Justifique sua resposta.

(b) Encontre uma base para $[v_1, v_2, v_3, v_4]$. Qual é a dimensão desse subespaço?

12. Qual seria uma base natural para o espaço vetorial de polinômios $\mathcal{P}_n$? Qual é a dimensão desse espaço?

13. Seja S o subespaço vetorial de $\mathcal{M}(2, 2)$ gerado pelas matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -7 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Encontre uma base e dê a dimensão de S .

14. Considere os subespaços vetoriais S_1 e S_2 de $\mathcal{M}(2, 2)$ definidos por

$$S_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = d, \quad b = c \right\}$$

$$S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = c, \quad b = d \right\}$$

Determine $S_1 \cap S_2$ e dê uma base para esse subespaço vetorial.

15. Considere os subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^4$ definidos por

$$S_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - z + t = 0\}$$

Determine $S_1 \cap S_2$ e dê uma base para esse subespaço vetorial.

Gabarito Parcial

- 1 (a) L. I. (b) L. D.
(c) L. I. (d) L. D.
- 2 (a) L. I. (b) L. I.
(c) L. D. (d) L. D.
- 3 (a) L. I. (b) L. D.
(c) L. I. (d) L. D.
- 4 L. I.
- 5 Qualquer valor diferente de -3 .
- 6 A
- 7 A
- 10 A dimensão de $M(n, n)$ é n^2
- 11 (a) Sim
(b) Uma base de $[v_1, v_2, v_3, v_4]$ pode ser formada pelos vetores $w_1 = (1, 0, 0, 0)$, $w_2 = (0, 1, 0, 0)$, $w_3 = (0, 0, 1, 1)$.
- 12 $\{1, x, x^2, \dots, x^n\}$ é base para $\mathcal{P}_n$
- 14 $S_1 \cap S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a = b = c = d \right\}$
- 15 $S_1 \cap S_2 = [(0, 0, 1, 1)]$