MTM3112 - Álgebra Linear
Quarta Lista

1. Sejam $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$, $\beta_1 = \{(-1,1),(1,1)\}$, $\beta_2 = \{(\sqrt{3},1),(\sqrt{3},-1)\}$ e $\beta_3 = \{(2,0),(0,2)\}$ bases ordenadas de $\mathbb{R}^2$.

   (a) Ache as matrizes mudança de base:

   (i) $[I]_{\beta}^{\beta_1}$ (ii) $[I]_{\beta_1}^{\beta}$

   (iii) $[I]_{\beta_2}^{\beta}$ (iv) $[I]_{\beta_3}^{\beta}$

   (b) Ache as coordenadas do vetor $v = (3,-2)$ em relação às bases:

   (i) β (ii) β_1

   (iii) β_2 (iv) β_3

   (c) Suponha que as coordenadas de um vetor v em relação à base β_1 são dadas por

   $$[v]_{\beta_1} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

   Encontre as coordenadas do vetor v em relação às bases:

   (i) β (ii) β_2 (iii) β_3

2. Suponha que α e β são bases ordenadas de $\mathbb{R}^3$ e que

   $$[I]_{\alpha}^{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

   Ache

   (a) $[v]_\alpha$ onde $[v]_\beta = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (b) $[v]_\beta$ onde $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

3. No espaço das matrizes triangulares superiores, considere as bases β e α dadas por

   $$\beta = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}, \qquad \alpha = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}.$$

   Ache a matrix mudança de base $[I]_{\beta}^{\alpha}$.

4. Se α é base de um espaço vetorial, qual é a matriz de mudança de base $[I]_{\alpha}^{\alpha}$?

Gabarito Parcial

1 (a) (i) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{6} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

(iv) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$