MTM3422 - Álgebra Linear II
Sexta Lista

1. Sejam $A, B : E \to E$ operadores lineares. Se $AB = BA$, prove que $N(B)$ e $Im(B)$ são subespaços invariantes por A.

2. Dado o operador linear $A\colon E \to E$ e o polinômio $p(x)$, prove que os subespaços vetoriais $N(p(A))$ e $Im(p(A))$ são invariantes por A.

3. Se v e w são respectivamente autovetores de A e A^*, correspondentes a autovalores $\lambda \neq \mu$, prove que $\langle v, w \rangle = 0$.

4. Um operador linear $T\colon E \to E$ diz-se *nilpotente* se $T^2 = T$. Ache os autovalores de um operador nilpotente.

5. Seja $T\colon E \to E$ um operador linear num espaço de dimensão finita E e α e β bases de E. Mostre que
$$\det\, [T]_\alpha^\alpha = \det\, [T]_\beta^\beta.$$