MTM3422 Álgebra Linear II
Segunda Prova

Nome:____

Matrícula:______________________________________

1. (2.5 Pontos) Seja $(X, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ um espaço de dimensão finita com produto interno e seja $(\cdot, \cdot)$ um (outro) produto interno em X. Mostre que existe uma única transformação linear $A\colon X \to X$ tal que
$$(x, y) = \langle x, Ay \rangle \quad \forall x, y \in X.$$

2. (2.5 Pontos) Fatore a matriz
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$
como $A = X\Lambda X^{-1}$, onde X é não-singular e Λ é diagonal.

3. (2.5 Pontos) Se v e w são respectivamente autovetores de A e A^*, correspondentes a autovalores $\lambda \neq \mu$, prove que $\langle v, w \rangle = 0$.

4. (2.5 Pontos) Seja E um espaço vetorial de dimensão finita e $T\colon E \to E$ um operador linear em E. Mostre que se todo vetor não-nulo de E é autovetor de T, então existe $\lambda \in \mathbb{R}$ tal que $T = \lambda I$.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 22 de novembro de 2024.