MTM3422 Álgebra Linear II
Terceira Prova

Nome:____

Matrícula:______________________________________

1. (2.5 Pontos) Sejam $A, B : X \to X$ operadores lineares *autoadjuntos* tais que

$$\langle Av, v\rangle = \langle Bv, v\rangle \qquad \forall v \in X.$$

   Mostre que $A = B$.

2. (2.5 Pontos) Suponha que B é invertível e que BAB^* é autoadjunto. Mostre que A é autoadjunto.

3. (2.5 Pontos) Por definição, um operador linear $T\colon X \to X$ diz-se *ortogonal* se $\langle Tu, Tv\rangle = \langle u, v\rangle$, para todo $u, v \in X$. Mostre que T é ortogonal se e somente se $\|Tv\| = \|v\|$ para todo $v \in X$.

4. (2.5 Pontos) Mostre que todo operador linear, num espaço com produto interno, que transforma vetores unitários em vetores unitários é ortogonal.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 11 de dezembro de 2024.