MTM3422 Álgebra Linear II
Prova de Recuperação

Nome:____

Matrícula:____

1. (2.0 Pontos) Em cada caso, determine um valor de m para que os vetores sejam ortogonais.

   (a) $u = (3m, 2, -m)$ e $v = (-4, 1, 5)$ (b) $u = (0, m-1, 4)$ e $v = (5, m-1, -1)$

2. (2.0 Pontos) Seja α a base ortonormal de $\mathbb{R}^5$ formada pelos vetores

   $$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, 0\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, 0, 0\right), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 0, 0\right), \Big(0, 0, 0, 1, 0\Big), \Big(0, 0, 0, 0, 1\Big).$$

   Encontre as *coordenadas* do vetor $v = (100, \pi, \sqrt{2}, -1, 0)$ na base α.

3. (2.0 Pontos) Se v e w são respectivamente autovetores de A e A^*, correspondentes a autovalores $\lambda \neq \mu$, prove que $\langle v, w\rangle = 0$.

4. (2.0 Pontos) Seja X um espaço (real) com produto interno. Para quaisquer $u, v \in X$, mostre que os vetores $\|u\|v + \|v\|u$ e $\|u\|v - \|v\|u$ são ortogonais.

5. (2.0 Pontos) Calcule a fatoração QR da matrix

   $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 18 de dezembro de 2024.