

## MTM510058 - Análise Funcional Aplicada

### Segunda Prova

---

Nome: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

1. (2.5 Pontos) Seja  $X$  um espaço de Banach e  $X^*$  o seu dual. Mostre que  $X$  é reflexivo e separável se e somente se  $X^*$  é reflexivo e separável.
2. (2.5 Pontos) Construa um isomorfismo isométrico entre  $\ell_\infty$  e  $\ell_1^*$ .
3. (2.0 Pontos) Mostre que todo espaço de Hilbert é reflexivo.
4. (3.0 Pontos) Seja  $X$  um espaço (real) com produto interno e  $X^*$  o seu dual. Defina  $T : X \rightarrow X^*$  por  $T(z) = f_z$  onde  $f_z : X \rightarrow \mathbb{R}$  é definida por  $f_z(x) = \langle x, z \rangle$ . Mostre que se  $T$  for sobrejetora, então  $X$  é um espaço de Hilbert.

Prof. Maicon Marques Alves  
Florianópolis, 24 de maio de 2024.