MTM 3112 - Álgebra Linear

Prof. Maicon Marques Alves

Oitava Lista

1. Encontre uma matriz 2×2 com autovalores 1 e 4 e autovetores $(3,1)$ e $(2,1)$, respectivamente. Dica: use a fatoração $X\Lambda X^{-1}$.

2. Seja A uma matriz $n \times n$ diagonalizável com autovalores iguais a 1 ou -1. Mostre que A é não-singular e que $A^{-1} = A$.

3. Mostre que qualquer matriz 3×3 da forma
$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$
não é diagonalizável.

ex:01

4. Fatore cada uma das matrizes abaixo no formato $A = X\Lambda X^{-1}$, onde Λ é uma matrix diagonal.
   (a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
   (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$
   (c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
   (d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

5. Para cada uma das matrizes do Exercício 4, use a fatoração $X\Lambda X^{-1}$ para calcular A^6.

6. Para cada uma das matrizes abaixo, encontre uma matriz B tal que $B^2 = A$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ex:02

7. Fatore cada uma das matrizes abaixo no formato $A = X\Lambda X^T$, onde X é uma matrix ortogonal e Λ é uma matrix diagonal.

   (a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

   (c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   (d) $A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$