MTM3112 Álgebra Linear - 2023.01
Segunda Prova

Nome:____

Turma (2202 ou 2235):______________________________

---

1) (2.0 Pontos) Considere $\alpha = \{(1,1),(1,0)\}$ e $\beta = \{(1,2,0),(1,0,-1),(1,-1,3)\}$ bases do $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente. Determine a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ cuja matriz nas bases α e β é

$$[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Justifique a sua resposta.

2) (2.0 Pontos) Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T(x,y,z) = (z, x-y, -z)$. Faça o que se pede, justificando cada resposta.

(a) Determine uma base para $\ker T$.

(b) Dê a dimensão de $\operatorname{Im} T$.

(c) T é sobrejetora?

(d) Faça um esboço (geométrico) de $\ker T$.

3) (2.0 Pontos) Seja $\mathcal{P}_3$ o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a três e considere a transformação linear $D : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ definida por

$$D(f) = f^{'''},$$

onde $f^{'''}$ denota a terceira derivada do polinômio f. Faça o que se pede, justificando a sua resposta.

(a) Encontre $\operatorname{Ker} D$ e exiba uma base para $\operatorname{Ker} D$.

(b) Encontre $\operatorname{Im} D$ e exiba uma base para $\operatorname{Im} D$.

4) (2.0 Pontos) Em relação ao produto interno usual de $\mathbb{R}^3$, use o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt para determinar uma base ortonormal do subespaço

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = z\}.$$

Justifique a sua resposta.

5) (2.0 Pontos) Considerando o produto interno usual em $\mathbb{R}^4$, determine o ângulo entre os vetores $u = (2, -1, 1, 0)$ e $v = (1, 1, 2, 0)$. Justifique a sua resposta.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 30 de maio de 2023.