MTM3112 - Álgebra Linear
Segunda Lista
Prof. Maicon Marques Alves

1. Considere os vetores $u = (2, -3, 2)$ e $v = (-1, 2, 4)$ em $\mathbb{R}^3$.

   (a) Escreva o vetor $w = (7, -11, 2)$ como combinação linear de u e v.

   (b) Determine o valor de k para que o vetor $(-8, 14, k)$ seja combinação linear de u e v.

   (c) Determine uma condição entre a, b e c para que o vetor (a, b, c) seja combinação linear de u e v.

2. Considere o espaço vetorial $\mathcal{P}_2$ dos polinômios de grau menor ou igual a 2. Sejam $u = x^2 - 2x + 1$, $v = x + 2$, $w = 2x^2 - x$ e $p = 5x^2 - 5x + 7$ vetores em $\mathcal{P}_2$.

   (a) Escreva o vetor p como combinação linear de u, v e w.

   (b) É possível escrever o vetor p como combinação linear de u e v? Justifique sua resposta.

3. Considere os seguintes vetores em $M(2, 2)$:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } v_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

   Escreva o vetor

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

   como combinação linear de v_1, v_2 e v_3.

4. Escreva o vetor $0 \in \mathbb{R}^2$ como combinação linear dos vetores

   (a) $u = (1, 3)$ e $v = (2, 6)$.

   (b) $u = (1, 3)$ e $v = (2, 5)$.

5. Sejam $v_1 = (-1, 2, 1)$, $v_2 = (1, 0, 2)$ e $v_3 = (-2, -1, 0)$ vetores em $\mathbb{R}^3$. Escreva cada um dos vetores $u = (-8, 4, 1)$, $v = (0, 2, 3)$ e $w = (0, 0, 0)$ como combinação linear de v_1, v_2 e v_3.

6. Escreva o vetor $v = (-1, 4, -4, 6)$ de $\mathbb{R}^4$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (3, -3, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 2)$, $v_3 = (1, -1, 0, 0)$.

7. Verifique que os vetores $u = (2, 1)$, $v = (1, 1)$ geram o espaço vetorial $\mathbb{R}^2$.

8. Verifique que os vetores $u = (1, 1, 1)$, $v = (0, 1, 1)$ e $w = (0, 0, 1)$ geram o espaço vetorial $\mathbb{R}^3$.

9. Encontre vetores geradores para cada um dos subespaços descritos abaixo.

   (a) $S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = -2y \text{ e } z = -3y\}$.

   (b) $S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 7x + 5y - 4z = 0\}$.

   (c) $S_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0\}$.

   (d) $S_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + 3z = 0\}$.

10. Considere o subespaço vetorial S de $\mathbb{R}^4$ gerado pelos vetores $v_1 = (1, 1, -2, 4)$, $v_2 = (1, 1, -1, 2)$ e $v_3 = (1, 4, -4, 8)$, ou seja, $S = [v_1, v_2, v_3]$.

    (a) O vetor $u = (\frac{2}{3}, 1, -1, 2)$ pertence a S?

    (b) O vetor $v = (0, 0, 1, 1)$ pertence a S?

11. Seja S o subespaço vetorial de $M(3, 2)$ gerado pelas matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

    A matriz

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

    pertence a S?

12. Sejam $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, -1, 1)$ e $v_3 = (1, 1, 1)$. Verifique que $[v_1, v_2, v_3] = \mathbb{R}^3$.

Gabarito Parcial

1 (b) $k = 12$

  (c) $c = 14a + 10b$

2 (a) $p = 3u + 2v + w$

4 (a) Um resposta possível é $0 = -2u + v$

6 $v = -1v_1 + 3v_2 + 2v_3$

9 (a) Uma possível resposta é $(-2, 1, -3)$

  (c) Uma possível resposta é $(1, 0, 1)$ e $(0, 1, 1)$

10 (b) Não

11 Não