

MTM3112 - Álgebra Linear

Nona Lista

Prof. Maicon Marques Alves

exe:91

1. Encontre uma matriz 2×2 com autovalores 1 e 4 e autovetores $(3, 1)$ e $(2, 1)$, respectivamente.
Dica: use a fatoração $X\Lambda X^{-1}$.
2. Seja A uma matriz $n \times n$ diagonalizável com autovalores iguais a 1 ou -1. Mostre que A é não-singular e que $A^{-1} = A$.
Dica: use a fatoração $A = X\Lambda X^{-1}$ para concluir que $A^2 = I$.
3. Mostre que qualquer matriz 3×3 da forma

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$

não é diagonalizável.

ex:94

4. Fatore as matrizes abaixo como $A = X\Lambda X^{-1}$, onde X é não-singular e Λ é diagonal.

(a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

5. Para cada uma das matrizes do Exercício 4, use a fatoração $X\Lambda X^{-1}$ para calcular A^6 .

exe:96

6. Para cada uma das matrizes abaixo, encontre uma matriz B tal que $B^2 = A$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 9 & -5 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ex:02** 7. Fatore cada uma das matrizes abaixo no formato $A = X\Lambda X^T$, onde X é uma matriz ortogonal e Λ é uma matriz diagonal.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Gabarito Parcial

(1) $\begin{bmatrix} -5 & 18 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}$

(4) Possíveis repostas (parciais):

(a) $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $X^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

(b) $X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ $X^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1 \\ -1/2 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1/3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\Lambda = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(d) Os autovalores são $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = 0$ e $\lambda_3 = 5$

(6) Possíveis repostas:

(a) $B = A$

(b) $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$