MTM3112 Álgebra Linear - 2023.02
Primeira Prova

Nome:____

Matrícula:____

1) (2.0 Pontos) Mostre que os seguintes conjuntos são *subespaços vetoriais* de $\mathbb{R}^4$.

(a) $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$.

(b) $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - z + t = 0\}$.

2) (1.0 Pontos) Encontre uma *base* e dê a *dimensão* para cada um dos subespaços E e F como no Exercício 1. Justifique a sua resposta.

3) (2.0 Pontos) Considere os vetores $u = (2, -3, 2)$ e $v = (-1, 2, 4)$ em $\mathbb{R}^3$.

(a) Escreva o vetor $w = (7, -11, 2)$ como combinação linear de u e v.
(b) Determine o valor de k para que o vetor $(-8, 14, k)$ seja combinação linear de u e v.

4) (2.0 Pontos) Sejam $\beta = \{(1, 0), (0, 1)\}$ e $\beta_1 = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ bases ordenadas de $\mathbb{R}^2$. Ache as seguintes matrizes de mudança de base:

(a) $[I]^{\beta_1}_{\beta}$

(b) $[I]^{\beta}_{\beta_1}$

Justifique a sua resposta.

5) (3.0 Pontos) Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear tal que $T(1, 1, 1) = (1, 2)$, $T(1, 1, 0) = (2, 3)$ e $T(1, 0, 0) = (3, 4)$. Faça o que se pede, justificando cada resposta.

(a) Determine $T(x, y, z)$, para qualquer (x, y, z) em $\mathbb{R}^3$.
(b) Encontre $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $T(v) = (-3, -2)$.
(c) Encontre $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $T(v) = (0, 0)$.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 15 de setembro de 2023.