MTM3112 Álgebra Linear - 2023.02
Segunda Prova

Nome:____

Matrícula:__________________________________

1) (2.0 Pontos) Considere $\alpha = \{(1,1,1),(0,1,1),(0,0,1)\}$ e $\beta = \{(2,1),(5,3)\}$ bases do $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$, respectivamente. Determine a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ cuja matriz nas bases α e β é

$$[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 13 \\ 2 & -2 & -5 \end{bmatrix}.$$

Justifique a sua resposta.

2) (2.0 Pontos) Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T(x,y) = (2x+y, 3x+2y, -2x-y)$. Faça o que se pede, justificando cada resposta.

(a) Determine $N(T)$.

(b) Determine uma base e dê a dimensão de $Im(T)$.

(c) T é injetora? T é sobrejetora?

3) (2.0 Pontos) Seja $\mathcal{P}_3$ o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a três e considere a transformação linear $D : \mathcal{P}_3 \to \mathcal{P}_3$ definida por

$$D(f) = f^{'''},$$

onde $f^{'''}$ denota a terceira derivada do polinômio f. Faça o que se pede, justificando a sua resposta.

(a) Encontre $N(D)$ e exiba uma base para $N(D)$.

(b) Encontre $Im(D)$ e exiba uma base para $Im(D)$.

4) (2.0 Pontos) Sejam T e S definidas em $\mathbb{R}^3$ por $T(x,y,z) = (x-z, y, z)$ e $S(x,y,z) = (x, 2y, x-y)$. Determine $[S \circ T]$ e $[T \circ S]$. Justifique a sua resposta.

5) (2.0 Pontos) No espaço das funções contínuas no intervalo $[0,1]$, considere o produto interno

$$\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

Calcule o ângulo entre as funções $f(x) = x^2 - 2x$ e $g(x) = x + 3$. Justifique a sua resposta.

Prof. Maicon Marques Alves
Florianópolis, 31 de outubro de 2023.