Cálculo C (2011/2): Lista 1

Martin Weilandt

August 16, 2011

1. Calcule os limites
   (a) $\lim_{t\to 0}(\cos t, \operatorname{sen} t, t\ln t)$ (com $t > 0$)
   (b) $\lim_{t\to 0}\left(\frac{e^t-1}{t}, \frac{\sqrt{1+t}-1}{t}, \frac{3}{t+1}\right)$
2. Utilize um computador para traçar a curva da equação vetorial dada. Escolha o domínio I do parâmetro t e ponto de vista de forma a revelar a verdadeira natureza da curva:
   (a) $\mathbf{R}(t) = (t^2, \ln t, t)$
   (b) $\mathbf{R}(t) = (t, t\operatorname{sen} t, \cos t)$
   (c) $\mathbf{R}(t) = (t, e^t, \cos t)$
3. Determine a derivada da função vetorial:
   (a) $\mathbf{R}(t) = (t\operatorname{sen} t, t^2, \cos 2t)$
   (b) $\mathbf{R}(t) = \mathbf{i} - \mathbf{j} + e^{4t}\mathbf{k}$
   (c) $\mathbf{R}(t) = \frac{1}{\operatorname{sen} t}\mathbf{i} + \sqrt{1-t^2}\mathbf{j} + k$
   (d) $\mathbf{R}(t) = t\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + t\mathbf{c})$ com $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$ vetores fixos.
4. Calcule a integral:
   (a) $\int_0^1 (16t^3\mathbf{i} - 9t^2\mathbf{j} + 25t^4\mathbf{k})dt$
   (b) $\int_0^1 \left(\frac{4}{1+t^2}\mathbf{j} + \frac{2t}{1+t^2}\mathbf{k}\right) dt$
   (c) $\int_0^{\pi/2} (3\operatorname{sen}^2 t\cos t\mathbf{i} + 3\operatorname{sen} t\cos^2 t\mathbf{j} + 2\operatorname{sen} t\cos t\mathbf{k})dt$
   (d) $\int (e^t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + \ln t\mathbf{k})dt$
5. Determine o comprimento da curva dada:
   (a) $\mathbf{R}(t) = (2\operatorname{sen} t, 5t, 2\cos t), \quad -10 \le t \le 10$
   (b) $\mathbf{R}(t) = \sqrt{2}t\mathbf{i} + e^t\mathbf{j} + e^{-t}\mathbf{k},\ 0 \le t \le 1$
6. Encontre o comprimento da curva com precisão de quatro casas decimais. (Use sua calculadora para aproximar a integral.): $\mathbf{R}(t) = (t, \ln t, t\ln t)$

7. Seja C a curva de intersecção do cilindro parabólico $x^2 = 2y$ e da superfície $3z = xy$. Encontre o comprimentor exato de C da origem até o ponto $(6, 18, 36)$.

8. Reparametrize a curva com relação ao comprimento de arco medido a partir do ponto onde $t = 0$ na direção crescente de t: $\mathbf{R}(t) = 2t\mathbf{i} + (1 - 3t)\mathbf{j} + (5 + 4t)\mathbf{k}$.

9. Suponha que você comece no ponto $(0, 0, 3)$ e se mova 5 unidades ao longo da curva $x(t) = 3\,\mathrm{sen}\,t,\ y(t) = 4t,\ z(t) = 3\cos t$ na direção positiva. Onde você está agora?

10. Determine os vetores tangente e normal unitários $\mathbf{T}(t)$ e $\mathbf{N}(t)$ e calcule a curvatura $\kappa(t) = \frac{|\mathbf{T}'(t)|}{|\mathbf{R}'(t)|}$ para $\mathbf{R}(t) = (2\,\mathrm{sen}\,t, 5t, 2\cos t)$.