Cálculo C (2011/2): Lista 5

Martin Weilandt

11 de outubro de 2011

1. (Strang 15.6-33) Seja $\mathbf{P}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, seja $\mathbf{a} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ um campo constante ($a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$) e seja $\mathbf{F} = \mathbf{a} \times \mathbf{P}$. Calcule

   (a) $\iint_S \operatorname{rot} \mathbf{F} \, \mathrm{dS}$ para S o hemisfério superior ($z \geq 0$) da esfera unitária $x^2 + y^2 + z^2 = 1$,

   (b) $\int_C^{\tan} \mathbf{F}$ para C o equador $x^2 + y^2 = 1, \; z = 0$

   sem usar o Teorema de Stokes.

2. (Strang 15.6-11) Seja $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{k}$ e seja C o círculo $x^2 + z^2 = 1, \; y = 0$. Use o Teorema de Stokes para calcular $\int_C^{\tan} \mathbf{F}$.

3. Verifique que para qualquer campo $\mathbf{F}\colon D \to \mathbb{R}^3$ de classe C^2 vale $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{F}) = \mathbf{0}$

4. (Strang 15.5-11) Seja $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, seja E o cubo (sólido) $0 \leq x,y,z \leq a$ (com $a > 0$) e seja S a fronteira de E. Calcule $\iint_S \mathbf{F} \, \mathrm{dS}$ de dois jeitos:

   (a) como a soma $\iint_{S_1} \mathbf{F} \, \mathrm{dS} + \ldots + \iint_{S_6} \mathbf{F} \, \mathrm{dS}$, onde $S_1, \ldots, S_6$ denotem os seis lados do cubo,

   (b) usando o Teorema do Divergente.

5. (3.1.4) Mostre que $x(t) = e^{4t}$ é uma solução de $x''' - 12x'' + 48x' - 64x = 0$.

6. (3.1.6) $y(t) = \sin t$ é uma solução de $\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 1 - y^2$? Justifique.

7. (3.1.8) Verifique que $x(t) = Ce^{-2t}$ é uma solução de $x' = -2x$. Determine C para satisfazer a condição inicial $x(0) = 100$. Justifique.

8. (3.1.11(c)) Resolve: $y'' = 4y, \;\; y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1$

9. (3.2.2) Resolve $\frac{dy}{dx} = x^2 + x$ para $y(1) = 3$.

10. (3.2.5) Resolve $y' = y^3$ para $y(0) = 1$.

Os números das EDOs acima se referem à nossa apostila “Diffy Qs”, veja `http://mtm.ufsc.br/~martin/calc-c/index.html`.