Cálculo C (03212): Prova 3 Soluções

Prof.: Martin Weilandt

30 de novembro de 2011

1. (a) $r^2 + 4r + 20$ possui as duas raízes $-2 \pm 4i$ e, portanto, a solução geral é $y = C_1 e^{-2x} \cos(4x) + C_2 e^{-2x} \operatorname{sen}(4x)$.

   (b) A equação característica é $(r+1)(r-2)^2 = 0$ e, portanto, a solução geral é $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{2x}$.

2. (a) A equação é linear e obtemos $y = e^{-2x^3 - x}(\frac{1}{6} e^{2x^3} - \frac{7}{6})$.

   (b) A solução geral de $y'' - 4y' - 5y = 0$ é $y_c = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$. Usando o método de coeficientes indeterminados obtemos como solução particular de $y'' - 4y' - 5y = 13\cos(x)$ a função $y_p = -\operatorname{sen}(x) - \frac{3}{2}\cos(x)$. Portanto, a solução geral dessa EDO não-homogênea é

$$y = y_c + y_p = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x} - \operatorname{sen}(x) - \frac{3}{2}\cos(x).$$

   Usando as condições iniciais, podemos determinar C_1 e C_2 e obtemos a solução (do PVI)

$$y(x) = \frac{31}{12} e^{-x} + \frac{11}{12} e^{5x} - \operatorname{sen}(x) - \frac{3}{2}\cos(x).$$

   (Variação de parâmetros é um outro caminho possível - porém mais complicado - para achar uma solução particular.)

   (c) Escrevemos $y' = \frac{(y+x/2)^2}{x^2} = (\frac{y}{x})^2 + \frac{y}{x} + \frac{1}{4}$ e observamos que a equação é da forma $y' = F(y/x)$. Substituimos $v = y/x$ e obtemos

$$y(x) = \frac{x}{2} \tan\left(\frac{\ln x}{2}\right).$$

3. (a) $r^2 + 6r + 9 = (r+3)^2$ possui uma raíz dupla -3. Segue o resultado.

   (b) A parte (a) implica $y_c = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$. Usando variação de parâmetros, chegamos à solução particular $y_p = \frac{x^3}{6} e^{-3x}$. Portanto, a solução geral é

$$y(x) = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + \frac{x^4}{12} e^{-3x}.$$