

Cálculo C (2011/2): Lista 4 Soluções

Martin Weilandt

26 de Outubro de 2011

1. Usando a dica, vocês deviam obter $\frac{1}{6}(37^{3/2} - 17^{3/2})\pi$.
2. (a) Parametrizamos S usando $g(u, v) = 1 - u - v$ com domínio $D = \{(u, v) | 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1 - u\}$ e obtemos $\iint_S xy \, dS = \frac{\sqrt{3}}{24}$.
(b) $f \circ \mathbf{R}(\theta, \phi) = \sin^2 \theta$ e portanto

$$\iint_S f(x, y, z) \, dS = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta \, d\theta = \frac{4}{3}\pi.$$

3. (a)

$$\begin{aligned}\mathbf{F} \circ \mathbf{R}(u, v) &= u^2(u+v)\mathbf{i} + (2u+v+1)\mathbf{j} + \mathbf{k} \\ \partial \mathbf{R} / \partial u &= \mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k} \\ \partial \mathbf{R} / \partial v &= \mathbf{j} + \mathbf{k}\end{aligned}$$

- (b)

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial v} = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

e portanto

$$\iint_S \mathbf{F} \, dS = \int_{-1}^1 \int_0^3 (-u^2(u+v) - (2u+v+1) + 1) \, dvdu = -12.$$

4. Usando D e g da Questão 1 e a dica, obtemos $\iint_S \mathbf{F} \, dS = -\frac{65}{2}\pi$.
5. (a)

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{F}(x, y, z) &= -x^2\mathbf{i} + (2xy + yz)\mathbf{j} - xz\mathbf{k} \\ \text{div } \mathbf{F}(x, y, z) &= yz\end{aligned}$$

$\text{rot } \mathbf{F}$ não é o campo constantemente $\mathbf{0}$ e portanto F não é conservativo.

(b)

$$\operatorname{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{F} = 1$$

Como $\operatorname{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0}$ e \mathbf{F} é definido em \mathbb{R}^3 , podemos concluir que \mathbf{F} é conservativo. (Este teorema aqui em (b) não fazia parte da aula e não vai ser relevante para as provas.)

Para mais informações veja <http://mtm.ufsc.br/~martin/calc-c/index.html>.