# Cálculo C (2011/2): Lista 8 Soluções

Martin Weilandt

29 de Novembro de 2011

1. A hipótese $e^x = Ae^{2x}$ leva à contradição $e^{-x} = A$ (constante).

2. Substituindo $y = x^r$ chegamos a $r(r-2) = 0$. As funções $x^0 = 1$ e $x^2$ são linearmente independentes, porquê seu quociente não é constante. Como a EDO é linear de segunda ordem, a solução geral é $y = C_1 + C_2x^2$.

4. A equação característica é $2(r^2 + r - 2) = 0$ com raízes $-2$ e $1$. Portanto, a solução geral é $y = C_1e^{-2x} + C_2e^x$.

5. A equação característica é $r^2 - 8r + 16 = 0$ com única raíz 4 (de multiplicidade 2). Portanto, a solução geral é $y = C_1e^{4x} + C_2xe^{4x}$.

6. A equação característica é $r^2 + 6r + 13 = 0$ com raízes $-3 \pm 2i$. Portanto, a solução geral é $y = C_1e^{-3x}\cos(2x) + C_2e^{-3x}\operatorname{sen}(2x)$.

7. A EDO é $y'' = x(y')^2$, i.e., ela é da forma $y'' = f(x, y')$. Portanto, podemos reduzir a ordem substituindo $v := y'$ e obtemos $v' = xv^2$. Separando variáveis, obtemos $-v^{-1} = x^2/2 + C_1$. Usando a condição inicial $v(1) = y'(1) = 1$, obtemos $v = 2(3 - x^2)^{-1}$. Agora integramos $v$ para obter
$$y = \int v(x)dx + C_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{artanh}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C_2.$$
Usando a condição inicial $y(1) = 0$, finalmente obtemos
$$y = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{artanh}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{artanh}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln\left(\frac{(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+1)}\right).$$

Para mais informações veja `http://mtm.ufsc.br/~martin/calc-c/index.html`.