

46. Cont.

$$4 \cos^3 2\theta + 2 \cos^2 2\theta - 3 \cos 2\theta - 1 = 0$$

Denotemos

$$x = \cos 2\theta$$

Daí

$$4x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (*)$$

→ Vamos por inspeção que

$x = -1$ é raiz de $(*)$:

$$4(-1)^3 + 2(-1)^2 - 3(-1) - 1 = 0$$

$$-4 + 2 + 3 - 1 = 0$$

$$0 = 0.$$

Para obter as outras raízes fazemos:

$$\begin{array}{r|l}
 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1 & x+1 \\
 \underline{-4x^3 - 4x^2} & 4x^2 - 2x - 1 \\
 \hline
 -2x^2 - 3x - 1 & \\
 \underline{+2x^2 + 2x} & \\
 \hline
 -x - 1 & \\
 x + 1 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1 &= \\
 &= (x+1)(4x^2 - 2x - 1)
 \end{aligned}$$

Mos

$$4x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{8} \\
 &= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} \\
 &= \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8} \\
 &= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}
 \end{aligned}$$

∴

$$\left. \begin{aligned}
 x &= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4} \text{ são} \\
 &\text{raízes de } (*)
 \end{aligned} \right\}$$

Análise

Se $x = -1$ então

$$\cos 2\theta = -1$$

$$2 \cos^2 \theta - 1 = -1$$

$$2 \cos^2 \theta = 0$$

$$\cos \theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$$

$$\text{Mas } 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Logo $\cos \theta$ não é zero