

15.

Sejam

$f, g : X \rightarrow Y$: funções ímpares

Seja

$f+g : X \rightarrow Y$.

Temos

$$(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) \quad (*)$$

Mas, sendo f função ímpar temos $f(-x) = -f(x)$ (**)

Mas, sendo g função ímpar temos $g(-x) = -g(x)$ (***)

Substituindo (**), (***) em (*) obter-se

$$(f+g)(-x) = -f(x) + -g(x)$$

$$= -(f(x) + g(x))$$

$$= -(f+g)(x)$$

$$\therefore (f+g)(-x) = -(f+g)(x)$$

\therefore $f+g$ é função ímpar.