

Lista 1

Determine o domínio das funções [questões 1 - 11]

1. $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$ [Res.: $\mathbb{R} - \{-1\}$]
2. $f(x) = \sqrt{3x - x^3}$ [Res.: $(-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}]$]
3. $f(x) = (x - 2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ [Res.: $[-1, 1)$]
4. $f(x) = \frac{1}{x+|x|}$ [Res.: $(0, +\infty)$]
5. $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{9 - x^2}}$ [Res.: $[-3, -\sqrt{8}] \cup [\sqrt{8}, 3]$]
6. $f(x) = \sqrt{4 - \sqrt{1 + 9x^2}}$ [Res.: $[-\sqrt{\frac{5}{3}}, \sqrt{\frac{5}{3}}]$]
7. $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$ [Res.: $\mathbb{R} - \{1, 2\}$]
8. $f(x) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x^2 - 1}$ [Res.: $\{-1, 1\}$]
9. $f(x) = \sqrt{1 - x} + \sqrt{x - 2}$ [Res.: \emptyset (f não é função!)]
10. $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-3x+1}}$ [Res.: $(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 1] \cup (\frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty)$]
11. $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2-6x-16}{x^2-12x+11}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2-49}}$ [Res.: $(-\infty, -7) \cup (-7, -2] \cup (1, 7) \cup (7, 8] \cup (11, +\infty)$]

Determine a imagem das funções [questões 12 - 19].

12. $f(x) = 2x - 5, x \in [-2, 2]$ [Res.: $[-9, -1]$]
13. $f(x) = |x - 1|, x \in [0, 5]$ [Res.: $[0, 4]$]
14. $f(x) = x + \frac{1}{x}, x \in (0, \infty)$ [Res.: $[2, +\infty)$]
15. $f(x) = \frac{x^2+4}{x}, x \in (-\infty, 0)$ [Res.: $(-\infty, -4]$]
16. $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ [Res.: $[0, \infty)$]
17. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ [Res.: $[-1, 1)$]
18. $f(x) = \frac{1}{x-1}$ [Res.: $\mathbb{R} - \{0\}$]
19. $f(x) = \sqrt{x(4-x)}$ [Res.: $[0, 2]$]

Determine o que se pede a partir das condições que são dadas [questões 20-31]

20. Determine $f(x)$ se $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ [Res.: $f(x) = x^2 - 5x + 6$]
21. Determine $f(x)$ se $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ [Res.: $f(x) = x^2 - 2$]
22. Determine $f(x)$ se $f(\frac{1}{x}) = x + \sqrt{1+x^2}$ [Res.: $f(x) = \frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}$]

23. Determine $f(x)$ se $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$ [Res.: $f(x) = \frac{x^2}{x^2-2x+1}$]
24. Determine $f(x)$ se $f(x-2) = \frac{1}{x+1}$ [Res.: $f(x) = \frac{1}{x+3}$]
25. Determine $f(x)$ se $f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + 1$ [Res.: $f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$]
26. Determine $f(x)$ se $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x$ [Res.: $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$]
27. Determine $f(x)$ se $f(x^2) = 1 - |x|^3$ [Res.: $f(x) = 1 - x^{3/2}$]
28. Determine $f(x)$ se $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 8$ [Res.: $f(x) = x^2 + 3x + 4$]
29. Se $f(2) = 1$ e $f(xy) = f(x) + f(y)$. Determine $f(16)$ [Res.: 4]
30. Seja $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(0) = 1$, $f(n+1) = f(n) + 2$. Determine $f(200)$ [Res.: 401]
31. Seja $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(0) + f(1) + \dots + f(n) = 2008 \frac{n+1}{n+2}$. Determine $\frac{1}{f(2006)}$ [Res.: 2007]