Cálculo A

Extremos de uma função

Use o teste da derivada primeira para determinar os extremos locais das funções a seguir [Questões (1-5)]

1. $f(x) = x^{4/3}$
2. $f(x) = \frac{10+6x-x^2}{6}$
3. $f(x) = \sqrt{x}(x-3)$
4. $f(x) = (x^2-1)^{3/5}$
5. $f(x) = x^{2/3}$

Use o teste da derivada segunda para determinar os extremos locais das funções a seguir [Questões (6-9)]

6. $f(x) = 4x^2 - x^4$
7. $f(x) = -4x^2 + 3x - 1$
8. $f(t) = \sin t + \cos t$
9. $f(t) = t + \cos 2t$

Determine os intervalos onde a função é crescente ou decrescente [Questões (10-14)]

10. $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
11. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$
12. $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$
13. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$
14. $f(t) = 2\cos t - t$

Determine os intervalos onde o gráfico da função é côncavo para cima, e aqueles intervalos onde o gráfico é côncavo para baixo [Questões (15-18)]

15. $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + x$
16. $f(x) = x^3 + 8$
17. $f(x) = x + \frac{1}{x}$
18. $f(x) = x\sqrt{x-1}$

Encontre os pontos de inflexão da função [Questões (19-22)]

19. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2$
20. $f(x) = 3x^4 + 4x^3$
21. $f(x) = \frac{2}{3}x^{2/3} - \frac{3}{5}x^{5/3}$
22. $f(x) = x^{5/3}$

Encontre, caso existam, os valores extremos absolutos (i.e. máximo absoluto e mínimo absoluto) da função no intervalo dado e determine em que pontos desse intervalo os extremos absolutos ocorrem [Questões (23-31)] [1]

23. $f(x) = x^4,\ [-2,4]$
24. $f(x) = x^2 - x,\ [1,2]$
25. $g(x) = x^2 + 4x - 5,\ [-4,-3]$
26. $k(x) = (x-2)^3,\ (-\infty,\infty)$
27. $f(x) = |x|^3,\ (-\infty,\infty)$
28. $f(t) = \cos t,\ [-2\pi, 2\pi]$
29. $f(x) = \sqrt{|x|},\ (-2,2)$
30. $f(x) = 2x^2 + \frac{4000}{x},\ [4,20]$
31. $f(x) = -3x^{2/3},\ [-1,1]$

Faça um esboço do gráfico das funções abaixo, indicando, caso existam, os extremos locais, pontos de inflexão, e interseções com os eixos coordenados [Questões (32-41)]

32. $f(x) = x^3 + 1$
33. $f(x) = -2 + 3x - x^3$
34. $f(x) = x^3 + x$
35. $f(x) = 64x^2 - 16x$
36. $f(x) = \dfrac{6x^5+20x^3-90x}{32}$
37. $f(x) = \sqrt[3]{x}(x^2-7)$
38. $f(x) = \dfrac{x^{2/3}(x+40)}{4}$
39. $f(x) = \dfrac{8x}{x^2+4}$

[1] Note que nos casos em que f é contínua e está definida em um intervalo fechado sabe-se que f terá um máximo e um mínimo absoluto neste intervalo. Se f for contínua em um intervalo aberto, e.g. nas questões 26, 27 e 28, como se deve proceder?

40. $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$

41. $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

Respostas:

1. $f(0) = 0$ mínimo local
2. $f(3) = 19/6$ máximo local
3. $f(1) = -2$ mínimo local
4. $f(0) = -1$ mínimo local
5. $f(0) = 0$ mínimo local

6. $f(0) = 0$ mínimo local
$f(\sqrt{2}) = 4$ máximo local
$f(-\sqrt{2}) = 4$ máximo local

7. $f(3/8) = -7/16$ máximo local

8. $f(\frac{\pi}{4} + 2n\pi) = \sqrt{2}$ máximo local $(n \in Z)$
$f(\frac{\pi}{4} + (2n+1)\pi) = -\sqrt{2}$ mínimo local $(n \in Z)$

9. $f(\frac{\pi}{12} + n\pi) = \frac{\pi}{12} + n\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$ máximo local
$f(\frac{5\pi}{12} + n\pi) = \frac{5\pi}{12} + n\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$ mínimo local

10. crescente em $(-\infty, \infty)$
11. crescente em $[3/2, \infty)$, decrescente em $(-\infty, 3/2]$
12. crescente $[-4, 0]$, decrescente $[0, 4]$
13. crescente $(-\infty, 0]$, decrescente $[0, \infty)$
14. crescente $\frac{7\pi}{6} + 2n\pi \leq t \leq \frac{11\pi}{6} + 2n\pi$
decrescente $\frac{11\pi}{6} + 2n\pi \leq t \leq \frac{19\pi}{6} + 2n\pi$

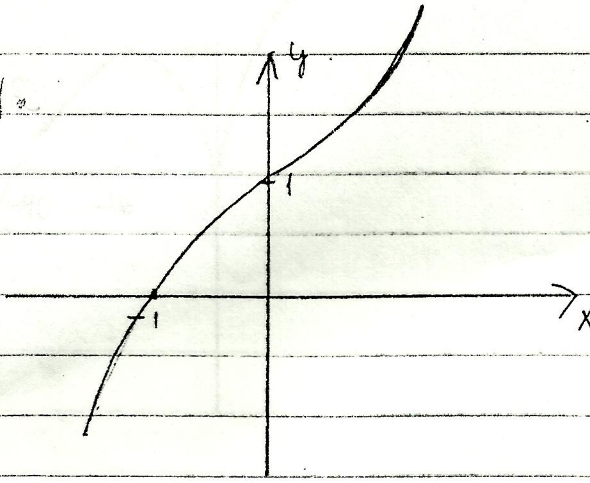
15. côncava para baixo em $(-\infty, \infty)$
16. côncava para cima em $(0, \infty)$
côncava para baixo em $(-\infty, 0)$
17. côncava para cima em $(0, \infty)$
côncava para baixo em $(-\infty, 0)$
18. côncava para cima em $(4/3, \infty)$
côncava para baixo $(1, 4/3)$

19. $(-1, 9)$
20. $(0, 0); (-2/3, -16/27)$
21. $(-\frac{2}{9}, \frac{4}{5}(\frac{2}{9})^{2/3})$
22. $(0, 0)$
23. máximo $f(4) = 256$; mínimo $f(0) = 0$
24. máximo $f(2) = 2$; mínimo $f(1) = 0$
25. máximo $g(-4) = 5$; mínimo $g(-3) = -8$
26. k não possui extremo
27. f não possui máximo; mínimo $f(0) = 0$
28. máximo $f(-2\pi) = f(2\pi) = f(0) = 1$
mínimo $f(\pi) = f(-\pi) = -1$
29. f não possui máximo; mínimo $f(0) = 0$
30. máximo $f(4) = 1032$; mínimo $f(10) = 600$
31. máximo $f(0) = 0$; mínimo $f(\pm 1) = -3$

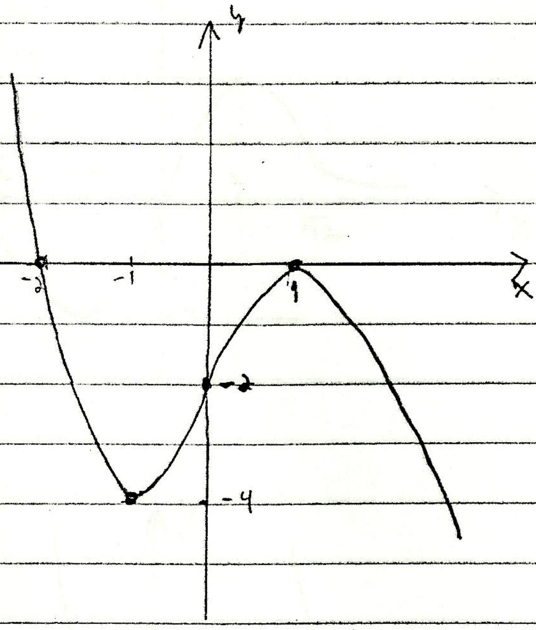
/ /

Lista 11 - Cálculo A - Resposta

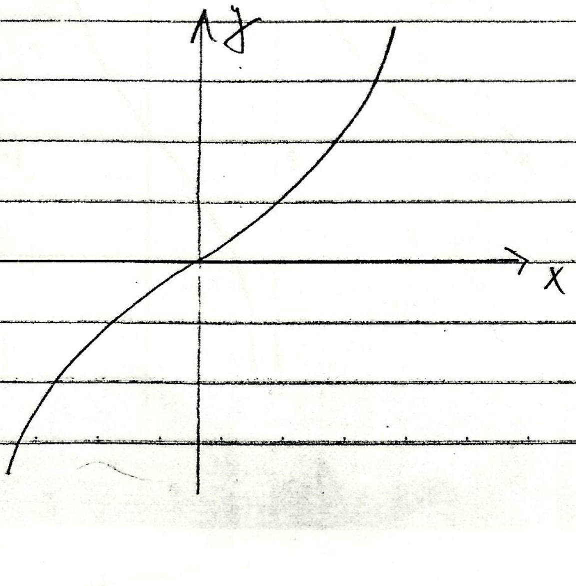
1.



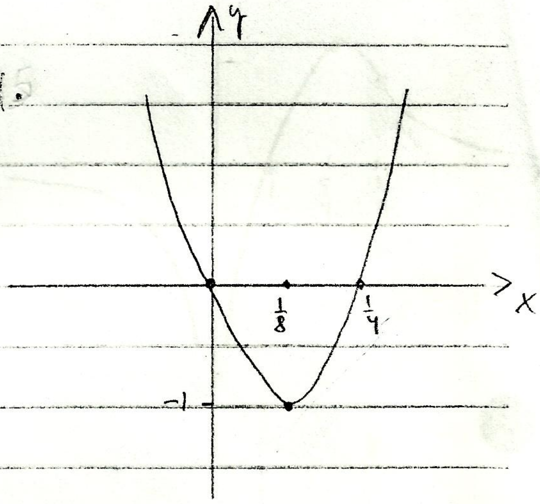
2.



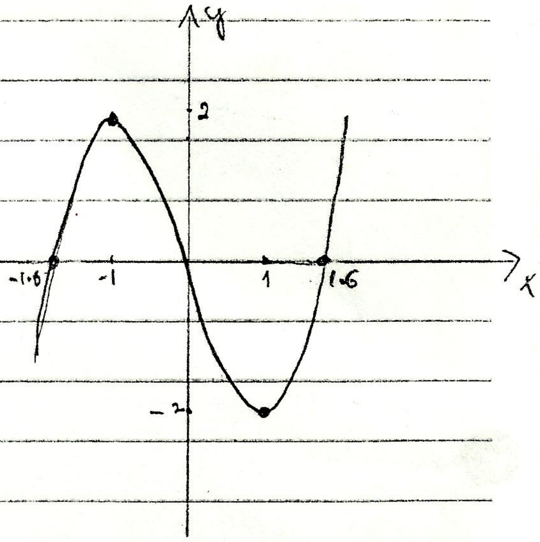
3.



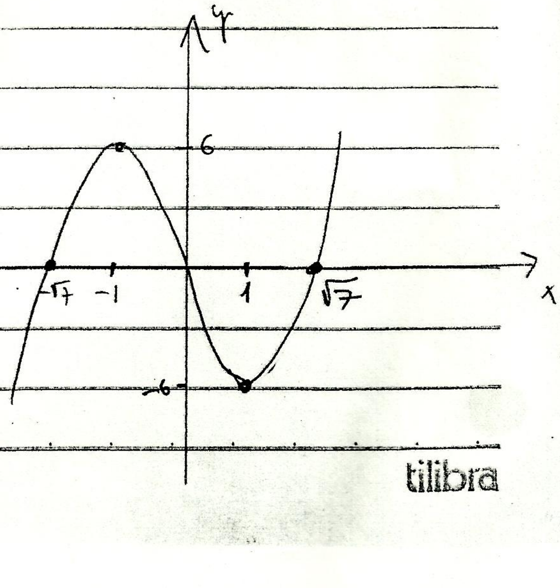
4.



5.

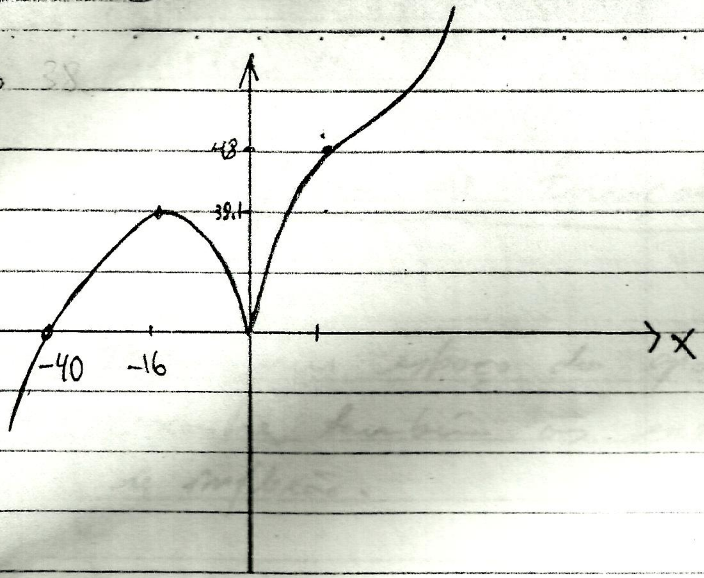


6.

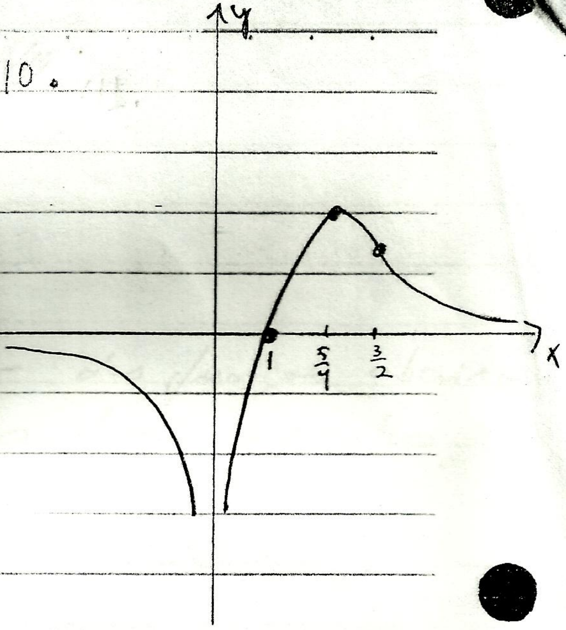


tilibra

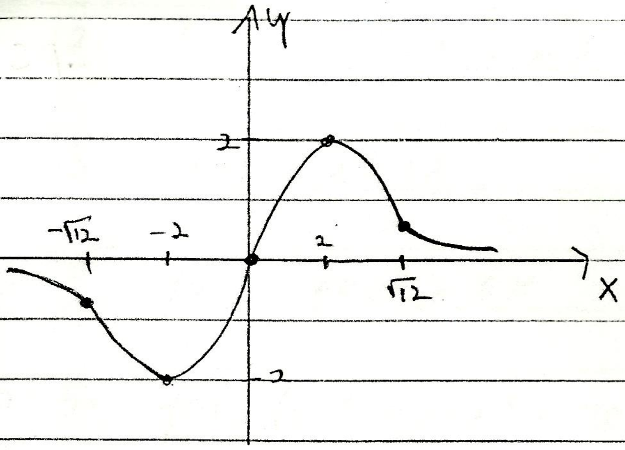
7.



10.



8.



9.