

$$3. \left. \begin{array}{l} f(x) : \text{ímpar} \\ M = f'(a) \end{array} \right\} \quad (a, b = f(a))$$

Seja,

$$f'(-a) = \lim_{x \rightarrow -a} \frac{f(x) - f(-a)}{x - (-a)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -a} \frac{f(x) - (-f(a))}{x + a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -a} \frac{f(x) + f(a)}{x + a}$$

Seja a mudança de variáveis

$$x = -y : \quad \begin{array}{l} x \rightarrow -a \\ y \rightarrow a \end{array}$$

$$= \lim_{y \rightarrow a} \frac{f(-y) + f(a)}{-y + a}$$

$$= \lim_{y \rightarrow a} \frac{-f(y) + f(a)}{-y + a}$$

$$= \lim_{y \rightarrow a} \frac{f(y) - f(a)}{y - a}$$

$$= f'(a)$$

$$\boxed{f'(-a) = f'(a) = M}$$