

Cálculo 3 - Lista 1

Integrais Duplas

Calcule as integrais duplas

- $\int_D x^3 y^2 dA$
 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x\}$
- $\int_D \frac{2y}{x^2+1} dA$
 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$
- $\int_D e^{x/y} dA$
 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^3\}$
- $\int_D x \cos y dA$
 D é a região limitada pelas curvas $y = 0$, $y = x^2$ e $x = 1$
- $\int_D y^3 dA$
 D é a região triangular com vértices $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(3, 2)$
- $\int_D (2x - y) dA$
 D é a região limitada pelo círculo de centro na origem e raio 2.
- $\int_D 1 dA$
 D é a região entre os gráficos de $y = 1 + x$ e $y = \sin x$ e as retas $x = \pi$ e $x = 2\pi$.
- $\int_D (1 - y) dA$
 D é a região limitada pelos gráficos de $x = y^2$ e $x = 2 - y$.
- Encontre o volume do sólido no primeiro octante limitado pelo plano $x + 2y + 3z = 6$ e os planos coordenados.
- Encontre o volume do sólido no primeiro octante limitado pelo parabolóide $z = x^2 + y^2$, o plano $x + y = 1$ e os planos coordenados.
- Mostre que a área da elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ é πab .

Calcule as integrais duplas usando a mudança de variáveis indicada

- $\int_D (3x + 4y) dA$
 D é a região limitada pelas retas $y = x$, $y = x - 2$, $y = -2x$ e $y = 3 - 2x$.
 $(x, y) \rightarrow (u, v) : x = \frac{1}{3}(u + v), y = \frac{1}{3}(v - 2u)$

13. $\int_D x^2 dA$

D é a região limitada pela elipse $9x^2 + 4y^2 = 36$.

$$(x, y) \rightarrow (u, v) : x = 2u, \quad y = 3v$$

14. $\int_D xy dA$

D é a região do primeiro quadrante limitada pelas retas $y = x$, $y = 3x$ e a hipérboles $xy = 1$, $xy = 3$.

$$(x, y) \rightarrow (u, v) : x = \frac{u}{v}, \quad y = v$$

Respostas

1. $256/21$

2. $\frac{1}{2} \ln 2$

3. $\frac{1}{2}e^4 - 2e$

4. $\frac{1 - \cos 1}{2}$

5. $147/20$

6. 0

7. $\frac{3}{2}\pi^2 + \pi + 2$

8. $27/4$

9. 6

10. $1/6$

12. $11/3$

13. 6π

14. $2 \ln 3$